

**DIMENSIONAMENTO DE REFORÇO  
À FLEXÃO E AO CORTE COM FRP  
SEGUNDO AS RECOMENDAÇÕES DO  
ACI 440**

Joaquim Barros

Report 04-DEC/E-12

*O autor agradece a bolsa  
SFRH/BSAB/291/2002-POCTI concedida pela  
FCT e FSE no âmbito da licença sabática*

Data: Abril 2004

No. de páginas: 34

Palavras chave: reforço com materiais compósitos, flexão, corte, adesivo epoxi



Escola de  
Engenharia



Departamento de  
Engenharia Civil



Universidade  
do Minho

<b>ÍNDICE .....</b>	<b>ERROR! BOOKMARK NOT DEFINED.</b>
<b>1 - INTRODUÇÃO.....</b>	<b>2</b>
<b>2 - NOTAÇÃO .....</b>	<b>2</b>
<b>3 - CONSIDERAÇÕES GERAIS DE PROJECTO .....</b>	<b>4</b>
<b>3.1 - Limites de resistência .....</b>	<b>4</b>
<b>3.2 - Resistência ao fogo.....</b>	<b>4</b>
<b>3.3 - Resistência global da estrutura .....</b>	<b>4</b>
<b>3.4 - Propriedades dos materiais .....</b>	<b>5</b>
<b>4- REFORÇO À FLEXÃO .....</b>	<b>5</b>
<b>4.1 - Hipóteses Básicas do Dimensionamento .....</b>	<b>5</b>
<b>4.2 - Deformações existentes no betão .....</b>	<b>6</b>
<b>4.3 - Resistência à flexão .....</b>	<b>6</b>
4.3.1 - Modos de ruína .....	6
4.3.2. - Nível de extensão no FRP .....	7
4.3.3 - Nível de tensão no FRP .....	8
<b>4.4 - Verificação da Ductilidade.....</b>	<b>8</b>
<b>4.5 - Estados limites de serviço .....</b>	<b>9</b>
<b>4.6 - Valores limites de tensão para acções de longa duração e de fadiga .....</b>	<b>9</b>
<b>4.7 - Aplicação a secção rectangular.....</b>	<b>10</b>
4.7.1 - Estados limites últimos.....	10
4.7.2 - Tensão no aço para estados limites de utilização .....	12
4.7.3 - Tensão no FRP para estados limites de utilização.....	13
<b>4.8 - Fluxograma para verificação da capacidade resistente da secção reforçada à flexão   13</b>	
<b>4.9 - Modelo de secção.....</b>	<b>15</b>
4.9.1 - Introdução.....	15
4.9.2 - Determinação da relação momento-curvatura.....	15
4.9.3 - Determinação da relação força-flecha .....	16
4.9.4 - Avaliação do desempenho do modelo (com a colaboração do Engº Everaldo Bonaldo).....	17
<b>5 - REFORÇO AO CORTE .....</b>	<b>21</b>
<b>6 - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO .....</b>	<b>23</b>
<b>6.1 - Cálculo da resistência à tracção do sistema FRP .....</b>	<b>23</b>
<b>6.2 - Reforço à flexão.....</b>	<b>26</b>
<b>6.3 - Reforço ao corte .....</b>	<b>31</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>33</b>

## 1 - INTRODUÇÃO

O *American Concrete Institute* em 2002 publicou um documento intitulado “Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures” (ACI 440, 2002), que conforme o seu nome indica, inclui recomendações para o projecto e construção de reforço de estruturas por colagem externa de materiais de matriz polimérica (FRP). Os FRP tratados neste trabalho são os reforçados com fibras de vidro, GFRP (Glass Fiber Reinforced Polymer), com fibras de carbono, CFRP (Carbon Fiber Reinforced Polymer), e com fibras de aramida, AFRP (Aramid Fiber Reinforced Polymer). No presente trabalho é descrita a formulação recomendada pelo ACI 440 para o dimensionamento do reforço à flexão e ao corte com FRP.

Dois outros organismos têm desenvolvido trabalho nesta área, nomeadamente, a “Fédération Internationale du Béton” (FIB, 2001) e a “Japan Society of Civil Engineers” (JSCE, 2001).

## 2 - NOTAÇÃO

Na tabela 1 apresenta-se a notação utilizada no presente trabalho, que é a recomendada pelo ACI 440.

Tabela 1 - Notação

$A_f$	= $n t_f w_f$ , área de FRP, mm <sup>2</sup>
$A_{fv}$	= área de FRP no reforço ao corte, por afastamento $s$ , mm <sup>2</sup>
$A_g$	= área total da secção, mm <sup>2</sup>
$A_s$	= área de armadura de aço não pré-esforçada, mm <sup>2</sup>
$A_{st}$	= área total de armadura de aço longitudinal, (varões or perfis) mm <sup>2</sup>
$b$	= largura da secção rectangular, mm
$b_w$	= largura da alma ou diâmetro de secção circular, mm
$c$	= distância da fibra mais comprimida ao eixo neutro, mm
$C_E$	= factor de redução da acção do meio ambiente
$d$	= distância entre a fibra mais comprimida ao centro geométrico das armaduras não pré-esforçadas, mm
$d_f$	= profundidade do FRP de reforço ao corte, tal como apresentado na Figura 14, mm
$E_c$	= módulo de elasticidade do betão, MPa
$E_f$	= módulo de elasticidade do FRP, MPa
$E_s$	= módulo de elasticidade do aço, MPa
$f_c$	= resistência à compressão do betão, MPa
$f_f$	= nível de tensão no FRP, MPa
$f_{f,s}$	= nível de tensão no FRP causado por momento dentro do regime elástico do elemento, MPa
$f_{fe}$	= tensão efectiva no FRP; nível de tensão alcançado na rotura da secção, MPa
$f_{fu}^*$	= resistência última do FRP segundo o fabricante, MPa
$f_{fu}$	= resistência última de cálculo do FRP, MPa
$\bar{f}_{fu}$	= resistência última média à tracção do FRP, baseada numa população de 20 ou mais ensaios de tracção segundo a ASTM D 3039, MPa
$f_s$	= tensão nas armaduras não pré-esforçadas, MPa
$f_{s,s}$	= tensão nas armaduras não pré-esforçadas para as cargas de serviço, MPa
$f_y$	= tensão de cedência especificada do aço não-préesforçado, MPa
$h$	= altura total do elemento, mm
$I_{cr}$	= momento de inércia da secção fendilhada transformada para betão, mm <sup>4</sup>
$k$	= razão entre a profundidade do eixo neutro e a profundidade medida no mesmo lado do eixo neutro
$k_f$	= rigidez por unidade de largura da faixa de FRP ( $k_f = E_f t_f$ ), N/mm
$k_1$	= factor de modificação aplicado ao $\kappa$ , para ter em conta a resistência do betão
$k_2$	= factor de modificação aplicado ao $\kappa_v$ , para se ter em conta o sistema de reforço ao corte
$L_e$	= comprimento activo de aderência do laminado de FRP, mm

$l_{df}$	= comprimento de desenvolvimento do sistema FRP, mm
$M_{cr}$	= Momento de fendilhação, N.mm
$M_n$	= momento de resistência nominal, N-mm
$M_s$	= momento no momento elástico do elemento, N.mm
$M_u$	= momento não majorado da secção, N.mm
$n$	= número de camadas de FRP
$p_{fu}^*$	= resistência última à tracção por unidade de largura da faixa de FRP, N/mm $p_{fu}^* = f_{fu}^* t_f$
$\overline{p}_{fu}$	= valor médio da resistência última à tracção por unidade de largura da faixa de FRP, N/mm
$R_n$	= resistência nominal de um elemento estrutural
$R_{n\theta}$	= resistência nominal de um elemento submetido a temperaturas elevadas associadas a um fogo
$S_{AP}$	= acções permanentes
$s_f$	= distância entre faixas de FRP no reforço ao corte, tal como representado na Figura 14, mm
$S_{Sob}$	= acções variáveis
$t_f$	= espessura nominal de uma camada de FRP, mm
$T_g$	= temperatura de transição vítrea, C
$V_c$	= contribuição do betão para a resistência ao corte de elementos de betão armado, N
$V_n$	= resistência ao corte, N
$V_s$	= contribuição dos estribos para a resistência ao corte, N
$V_f$	= contribuição do FRP para a resistência ao corte, N
$V_u$	= esforço de corte resistente requerido, N
$w_f$	= largura da faixa de FRP, mm
$\alpha$	= ângulo que a direcção da faixa de FRP faz com o eixo da viga, graus
$\alpha_L$	= coeficiente de expansibilidade térmica na direcção das fibras, mm/mm/C
$\alpha_T$	= coeficiente de expansibilidade térmica na direcção transversal às fibras, mm/mm/C
$\beta_l$	= razão entre a altura do bloco rectangular de tensões de compressão no betão e a profundidade do eixo neutro.
$\varepsilon_b$	= nível de extensão no betão de substrato desenvolvido por um determinado momento (tracção é positivo), mm/mm
$\varepsilon_{bi}$	= nível de extensão no betão do substrato no momento da instalação do FRP (tensão é positivo), mm/mm
$\varepsilon_c$	= nível de extensão no betão, mm/mm
$\varepsilon_{cu}$	= extensão máxima admissível de compressão no betão, mm/mm
$\varepsilon_f$	= nível de extensão no FRP, mm/mm
$\varepsilon_{fe}$	= extensão efectiva no FRP (extensão no FRP na rotura da secção), mm/mm
$\varepsilon_{fu}^*$	= extensão última de rotura no FRP, mm/mm
$\overline{\varepsilon}_{fu}$	= valor de cálculo da extensão de rotura no FRP, mm/mm
$\mathcal{E}_{fu}$	= valor médio da extensão de rotura do FRP baseado numa população de 20 ou mais ensaios de tracção uniaxial segundo a ASTM D 3039, mm/mm
$\varepsilon_s$	= nível de extensão nas armaduras não pré-esforçadas, mm/mm
$\varepsilon_{sy}$	= extensão correspondente à tensão de cedência das armaduras não pré-esforçadas, mm/mm
$\phi$	= factor de redução de resistência
$\gamma$	= multiplicador de $f'_c$ para determinar a tensão equivalente do diagrama rectangular de tensões para o betão à compressão
$\kappa_m$	= coeficiente de aderência para o reforço à flexão
$\kappa_v$	= parâmetro dependente das condições de aderência do FRP, para o reforço ao corte
$\rho_f$	= percentagem de reforço de FRP
$\rho_s$	= percentagem de reforço de armadura convencional (aço)
$\sigma$	= desvio padrão
$\psi_f$	= parâmetro adicional de redução da resistência do FRP

### 3 - CONSIDERAÇÕES GERAIS DE PROJECTO

#### 3.1 - Limites de resistência

Os sistemas em FRP, quando submetidos à acção do fogo, perdem a sua capacidade de reforço após curtos períodos de tempo. Mesmo que se utilizem sistemas de protecção ao fogo disponíveis no mercado, não se aconselha ter em conta o efeito de reforço destes sistemas quando submetidos à acção do fogo. Para atender a estes casos e a eventuais acções de vandalismo, a estrutura a reforçar deve apresentar uma reserva de resistência que permita sustentar as acções permanentes ( $W_{AP}$ ) e parte significativa das acções correspondentes às sobrecargas ( $W_{Sob}$ ), antes de se aplicar o reforço. O ACI recomenda que a estrutura não reforçada resista a 120% das acções permanentes mais 85% das sobrecargas, i.e.:

$$(\phi R_n)_{existente} \geq (1.2 W_{AP} + 0.85 W_{Sob})_{novo} \quad (1)$$

em que  $\phi$  é um parâmetro definido na secção 4.4, relacionado com a ductilidade do elemento estrutural a reforçar.

#### 3.2 - Resistência ao fogo

Para evitar que uma estrutura a reforçar não colapse sob a actuação do fogo, essa estrutura, antes de ser reforçada deve ter capacidade resistente suficiente por forma a sustentar, em segurança, as acções permanentes e as acções das sobrecargas:

$$(R_{n\theta})_{existente} \geq W_{AP} + W_{Sob} \quad (2)$$

em que  $(R_{n\theta})_{existente}$  é a resistência calculada tendo em conta a diminuição das propriedades dos materiais intervenientes após estes terem sido submetidos ao fogo. O ACI 216R descreve a estratégia que pode ser adoptada, ao nível do projecto, para se determinar as características da acção do fogo, bem como os procedimentos para calcular as propriedades a serem atribuídas ao betão e às armaduras após estes materiais terem sido submetidos ao fogo.

Se ocorrer um incêndio após o reforço da estrutura, esta deve ainda respeitar a condição (2). Tendo em conta o facto das resinas que se utilizam nos sistemas em FRP perderem significativamente as suas propriedades a partir de temperaturas da ordem dos 60 graus Celsius (temperatura de transição vítrea ( $T_g$ )), no cálculo de  $(R_{n\theta})_{existente}$  não deve ser considerado o efeito de reforço previsto pelo sistema em FRP.

#### 3.3 - Resistência global da estrutura

Na maior parte dos casos, a opção pela utilização de sistemas de reforço em FRP tem como objectivo aumentar a capacidade de carga da estrutura a reforçar. Geralmente esse reforço envolve apenas alguns elementos da estrutura, pelo que é fundamental verificar se os elementos não reforçados continuam a ser estáveis para a maior solicitação a que a estrutura irá ser submetida após o seu reforço. Além disto, é indispensável assegurar que a rotura, quer dos elementos reforçados quer dos que não necessitam de ser reforçados, seja dúctil por flexão, e não frágil por corte.

### 3.4 - Propriedades dos materiais

A não ser que tal seja indicado especificamente, os valores das propriedades dos FRP indicados nos documentos técnicos dos fabricantes não atendem aos efeitos provocados pela exposição dos FRP aos agentes de agressividade ambiental ao longo do tempo de vida dos FRP. Como as propriedades dos FRP, tais como a resistência à tracção e a extensão última, dependem do tipo de ambiente a que o FRP foi acondicionado durante a sua vida, os valores das propriedades indicados pelos fabricantes devem ser encarados como valores iniciais, devendo estes ser corrigidos por factores que atendem ao tipo de ambiente. Assim, o ACI 440 propõe que os valores da resistência à tracção e da extensão última indicados pelos fabricantes,  $f_{fu}^*$  e  $\varepsilon_{fu}^*$ , respectivamente, sejam afectados por um coeficiente ambiental,  $C_E$ :

$$f_{fu} = C_E f_{fu}^* \quad (3)$$

$$\varepsilon_{fu} = C_E \varepsilon_{fu}^* \quad (4)$$

Os valores de  $C_E$  estão indicados na Tabela 2. Quanto ao módulo de elasticidade admite-se que este não é afectado pelas condições de exposição do FRP, pelo que:

$$E_f = \frac{f_{fu}}{\varepsilon_{fu}} \quad (5)$$

Tabela 2 — Valores de  $C_E$  para vários sistemas de FRP e condições de exposição.

Condição de exposição	Fibra e tipo de resina	Valor de $C_E$
Interior	Carbono/epoxi	0.95
	Vidro/epoxi	0.75
	Aramida/epoxi	0.85
Exterior (pontes, docas, parques, etc.)	Carbono/epoxi	0.85
	Vidro/epoxi	0.65
	Aramida/epoxi	0.75
Ambientes agressivos (Indústrias químicas, ETARs, etc.)	Carbono/epoxi	0.85
	Vidro/epoxi	0.50
	Aramida/epoxi	0.70

## 4- REFORÇO À FLEXÃO

### 4.1 - Hipóteses Básicas do Dimensionamento

Segundo o *ACI 440*, no dimensionamento à flexão de sistemas de reforço admite-se as seguintes hipóteses:

- a) deve-se ter em consideração as actuais dimensões, disposição das armaduras e propriedades dos materiais do elemento estrutural a ser reforçado;
- b) as extensões no betão e nas armaduras são directamente proporcionais às suas respectivas distâncias ao eixo neutro da secção. Secções planas antes da aplicação do carregamento permanecem planas após a sua aplicação (hipótese de Euler-Bernoulli);
- c) a máxima extensão de compressão no betão é 0.003;
- d) a resistência à tracção do betão é desprezada;
- e) assume-se que o diagrama tensão vs. extensão do aço é elástico-linear até à sua cedência, seguido de comportamento perfeitamente plástico;
- f) admite-se que o FRP é caracterizado por uma lei linear e elástica tensão-extensão até à rotura;
- g) A deformação de corte na camada de adesivo é desprezada, dado que esta camada é muito fina com reduzidas variações na sua espessura.

## 4.2 - Deformações existentes no betão

A menos que todo o carregamento seja removido antes da aplicação do reforço, inclusive o devido ao peso próprio e ao efeito pré-esforço, caso pouco comum na prática de reforço estrutural, o substrato onde será aplicado o FRP terá um determinado nível de deformação inicial que deverá ser considerado no dimensionamento. Por esse motivo, para um determinado nível de carregamento, o cálculo da deformação no FRP é efectuado subtraindo a deformação inicial à deformação existente para esse nível de carregamento. A deformação inicial ( $\varepsilon_{bi}$ ) pode ser determinada assumindo comportamento linear e elástico para os materiais intervenientes, considerando-se todo o carregamento existente no momento da aplicação do reforço.

## 4.3 - Resistência à flexão

O critério de segurança deve ser verificado por intermédio da validação da seguinte equação:

$$\phi M_n \geq M_u \quad (6)$$

em que:

- $\phi$  é o factor de minoração de resistência, relacionado com a ductilidade da secção. O valor de  $\phi$  é calculado segundo o procedimento descrito na secção 4.4;
- $M_n$  é o momento flector resistente de cálculo da secção em estudo;
- $M_u$  é o momento flector solicitante da combinação mais desfavorável para a análise em causa.

### 4.3.1 - Modos de ruína

A capacidade resistente à flexão de um elemento reforçado está intimamente ligada ao modo de ruína deste. Num elemento reforçado à flexão os principais modos de ruína são os seguintes:

- a) Esmagamento do betão comprimido antes da cedência da armadura de tracção;
- b) Cedência da armadura de tracção seguida de rotura do FRP;
- c) Cedência da armadura de tracção seguida de esmagamento do betão em compressão;
- d) Rotura do betão do substrato por corte-tracção (destacamento do betão de recobrimento);
- e) Descolamento do FRP em relação ao betão do substrato.

Os três primeiros modos de ruínas são comuns a qualquer elemento de betão armado submetido a esforços de flexão, enquanto que os dois últimos são característicos de peças reforçadas por colagem externa de materiais compósitos tipo FRP.

Considera-se que o esmagamento do betão ocorre quando a extensão na fibra mais comprimida atinge o valor de 3 ‰ ( $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 0.003$ ). Admite-se que a ruptura do FRP é alcançada quando a extensão for igual ao valor de cálculo da extensão de rotura do FRP ( $\varepsilon_f = \varepsilon_{fu}$ ), antes de ocorrer esmagamento no betão comprimido.

As tensões instaladas no FRP são transferidas para o betão de recobrimento das armaduras, introduzindo um acréscimo de tensões de corte e de tracção. Dado existir uma maior percentagem de vazios na interface armadura-betão, esta constitui uma zona de fraqueza, pelo que a rotura ocorre geralmente por esta interface, quando as tensões actuaes são superiores às resistentes. Para evitar o descolamento precoce do FRP, a máxima extensão que o FRP pode ser submetido é limitada por intermédio da aplicação de um coeficiente,  $\kappa_m$ , que tem em conta as propriedades do FRP, sendo calculado por intermédio da seguinte equação:

$$\kappa_m = \begin{cases} \frac{1}{60\varepsilon_{fu}} \left( 1 - \frac{n E_f t_f}{360000.0} \right) \leq 0.90 & \text{for } n E_f t_f \leq 180000.0 \\ \frac{1}{60\varepsilon_{fu}} \left( \frac{90000.0}{n E_f t_f} \right) \leq 0.90 & \text{for } n E_f t_f > 180000.0 \end{cases} \quad [\text{N, mm}] \quad (7)$$

em que:

$n$  representa o número de camadas de FRP utilizadas no reforço;

$E_f$  é o módulo de elasticidade do FRP, em N/mm<sup>2</sup>;

$t_f$  representa a espessura de cada camada de FRP, em mm;

Tendo por base resultados obtidos em investigações experimentais (Fortes e Padaratz, 2001) verifica-se que quanto maior for a rigidez do reforço, maior é a possibilidade de ocorrer ruína por delaminação, pelo que  $\kappa_m$  está relacionado com a rigidez do reforço. Trata-se de uma forma simples de evitar o dimensionamento de soluções de reforço pouco eficazes e bastantes onerosas. A investigação experimental tem revelado que não é económico a utilização de um número elevado de camadas de FRP, dado que a eficiência do reforço diminui com o número de camadas de FRP, ocorrendo a rotura na interface substrato-FRP para níveis de tensão no FRP bastante inferiores ao que resiste este material.

#### 4.3.2. - Nível de extensão no FRP

Devido ao FRP apresentar comportamento linear e elástico até à sua ruína, é de fundamental importância determinar o seu nível de deformação, por forma a ser possível determinar a tensão instalada no FRP. O máximo nível de extensão que pode ser encontrado no FRP é governado quer pela extensão que se desenvolve no momento em que o betão esmaga por compressão, quer pelo valor da extensão de rotura do FRP, quer ainda pela extensão no momento de ocorrência de descolamento do FRP em relação ao substrato. A máxima extensão possível no FRP, também designada por extensão efectiva,  $\varepsilon_{fe}$ , pode ser obtida a partir da seguinte equação:

$$\varepsilon_{fe} = \varepsilon_{cu} \left( \frac{h-c}{c} \right) - \varepsilon_{bi} \leq \kappa_m \varepsilon_{fu} \quad (8)$$



em que:

$\varepsilon_{fe}$  é a extensão efectiva no FRP;

$\varepsilon_{cu}$  é a máxima extensão admitida no betão comprimido;

$\varepsilon_{bi}$  é a extensão existente no substrato, no instante de aplicação do reforço;

$k_m$  é o parâmetro definido em (7);

$\varepsilon_{fu}$  é a extensão de rotura do FRP.

#### 4.3.3 - Nível de tensão no FRP

A tensão efectiva do FRP,  $f_{fe}$ , é a máxima tensão que o FRP pode suportar antes que a secção rompa por flexão. A tensão efectiva pode ser determinada a partir da extensão efectiva,  $\varepsilon_{fe}$ , admitindo comportamento perfeitamente elástico para o FRP:

$$f_{fe} = E_f \varepsilon_{fe} \quad (9)$$

#### 4.4 - Verificação da Ductilidade

A utilização do sistema de reforço com FRP colado externamente reduz a ductilidade do elemento original, pelo que é importante verificar o nível de deformação nas armaduras de aço, no estado limite último, de forma a manter a ductilidade da secção em níveis aceitáveis. Admite-se que após reforçada a peça tem nível aceitável de ductilidade se a extensão no aço, no momento da rotura por esmagamento do betão em compressão e no momento do descolamento do FRP do substrato, for superior ou igual a 0.005.

O ACI 440 segue a mesma filosofia do ACI 318, pelo que o momento resistente de uma secção diminui com a sua menor ductilidade. Para simular este efeito é definido um factor  $\phi$  (ver Equação (1)) determinado da seguinte forma:

$$\phi = \begin{cases} 0.90 & \text{for } \varepsilon_s \geq 0.005 \\ 0.70 + \frac{0.20(\varepsilon_s - \varepsilon_{sy})}{0.005 - \varepsilon_{sy}} & \text{for } \varepsilon_{sy} < \varepsilon_s < 0.005 \\ 0.70 & \text{for } \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy} \end{cases} \quad (10)$$

cuja representação gráfica está ilustrada na Figura 1.

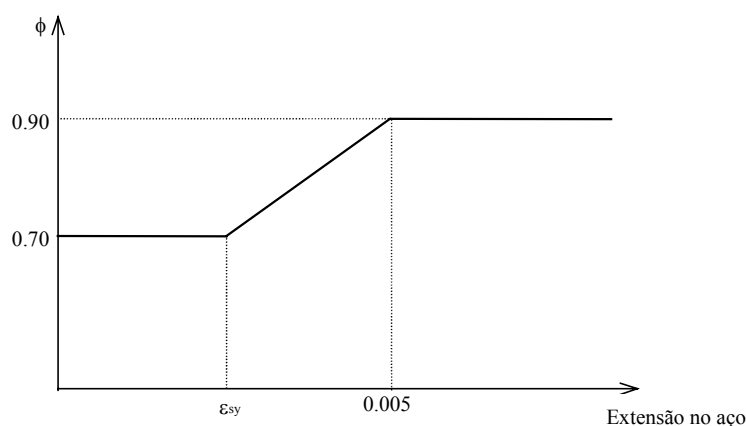


Figura 1 – Factor de redução do momento resistente em função da extensão do aço.

#### 4.5 - Estados limites de serviço

As verificações para os estados limites de utilização em peças reforçadas com FRP podem ser efectuadas aplicando-se o conceito de homogeneização aos materiais da secção. Para prevenir deformações plásticas excessivas, a tensão na armadura para as cargas de serviço deve ser inferior ou igual a 80 % da tensão de cedência do aço utilizado:

$$f_{s,s} \leq 0,8 f_y \quad (11)$$

#### 4.6 - Valores limites de tensão para acções de longa duração e de fadiga

Os materiais de FRP submetidos a carregamentos de longa duração podem apresentar rotura repentina, depois de um período referido como tempo de tolerância. Durante esse período de tempo a resistência à tracção do FRP pode diminuir. Aumentando-se a relação entre tensão de tracção existente no laminado, ao longo do tempo, e a sua resistência última, diminui-se o tempo de tolerância. O tempo de tolerância também pode decrescer conforme as condições ambientais a que os FRP estejam sujeitos (altas temperaturas, radiação ultravioleta, elevada alcalinidade, ciclos de humidade e secagem, e ciclos de gelo e degelo).

Geralmente, o CFRP é menos susceptível às acções de longa duração e de fadiga, as aramidas (AFRP) são moderadamente propícias a essa rotura, enquanto que as fibras de vidro (GFRP) são as mais susceptíveis.

Conforme Yamaguchi et al. (1997) existe uma relação linear entre a resistência às acções de longa duração e o logaritmo do tempo de permanência do carregamento. Os autores observaram que após um tempo de cerca de 50 anos, a resistência inicial do GFRP, AFRP e CFRP deve ser reduzida em cerca de 30%, 47% e 91%, respectivamente. Valores semelhantes foram encontrados por Malvar (1998).

Assim, para se evitar que um elemento reforçado com FRP rompa devido à actuação de acções de longa duração, devem-se adoptar limites para os valores de tensão no FRP quando submetidos a este tipo de condições. O valor da tensão no FRP,  $f_{f,s}$ , pode ser obtido segundo análise elástica e aplicando o momento que resulta das acções quase permanentes (permanentes mais

parte da sobrecarga) e da acção cíclica (ver Figura 2). Os valores destas tensões devem ficar limitados aos indicados na Tabela 3. Os coeficientes 0.20, 0.30 e 0.55 para os sistemas em GFRP, ARFP e CFRP resultam da aplicação de um factor de segurança de 0.6 aos valores dos factores redutores 0.3, 0.47 e 0.91 propostos para as fibras de vidro, aramida e carbono.

Tabela 3 — Limites de tensão no CFRP para carregamentos que incluem acções cíclicas

Tipo de fibra do sistema FRP		
Vidro	Aramida	Carbono
$0.20 f_{fu}$	$0.30 f_{fu}$	$0.55 f_{fu}$

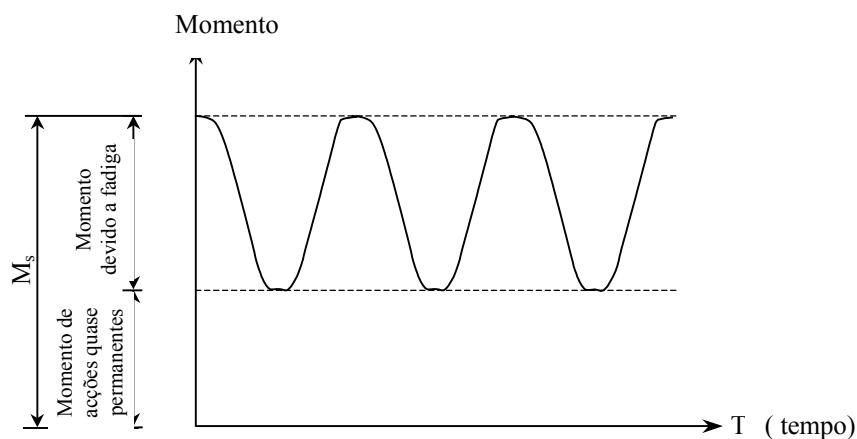


Figura 2 — Ilustração do nível de momento aplicado a ser usado na verificação da tensão limite no FRP.

## 4.7 - Aplicação a secção rectangular

### 4.7.1 - Estados limites últimos

A resistência à flexão da secção de um elemento reforçado com FRP pode ser determinada considerando-se a compatibilidade de deformações e o equilíbrio das forças internas e, ainda, controlando-se o modo de ruína. A Figura 3 ilustra a distribuição de extensões e de tensões utilizada pelo ACI 440 para o cálculo do momento resistente na verificação aos estados limites últimos.

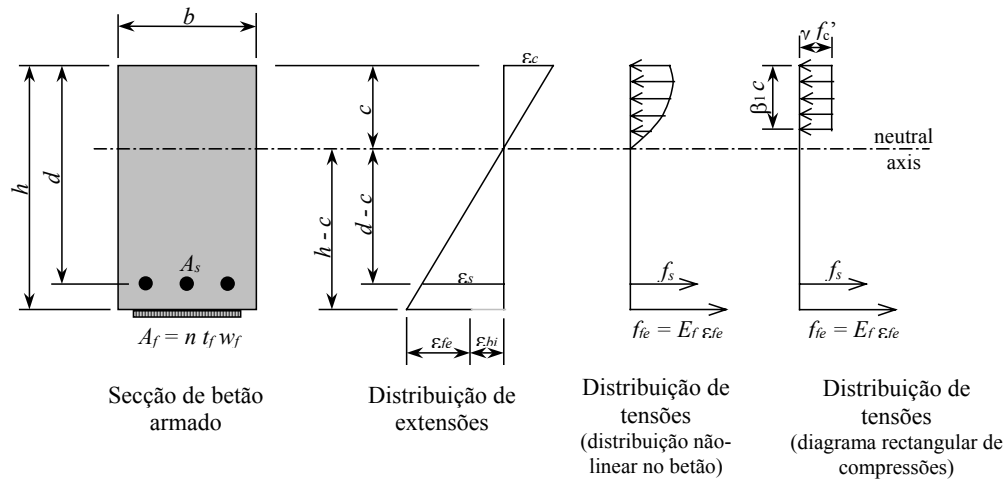


Figura 3 – Distribuição de extensões e de tensões na secção, na verificação aos estados limites últimos.

Tendo em conta a distribuição de extensões e de tensões representadas na Figura 3, o momento flector resistente da secção, na verificação aos estados limite último, pode ser calculado por intermédio da equação seguinte:

$$M_n = A_s f_s \left( d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) + \psi_f A_f f_{fe} \left( h - \frac{\beta_1 c}{2} \right) \quad (12)$$

em que:

$A_s$  é a área da armadura convencional de tracção existente na secção;

$f_s$  é a tensão de tracção no aço;

$h$  e  $d$  são a altura total e altura útil da secção, respectivamente;

$\beta_1$  é o factor de transformação do diagrama de tensões, podendo-se assumir 0.8;

$c$  é a posição do eixo neutro (linha neutra);

$\psi_f$  é o coeficiente de minoração da resistência do FRP. Na flexão pode-se adoptar o valor de 0.85.

$A_f$  é a área de FRP;

$f_{fe}$  é a tensão de tracção efectiva no FRP.

A aplicação do coeficiente de minoração na resistência do FRP,  $\psi_f$ , na parcela que simula a contribuição do FRP para o momento resistente, pretende ter em conta aspectos ainda não dominados neste tipo de sistema de reforço, como é o caso do seu comportamento ao longo do tempo.

A posição do eixo neutro e os níveis de tensão no aço e no reforço são determinados por processo iterativo, descritos nas secções seguintes.

Conhecida a extensão efectiva do FRP (equação (8)), a extensão existente no substrato no instante de aplicação do reforço,  $\epsilon_{bi}$ , e a posição do eixo neutro,  $c$ , a tensão no aço pode ser calculada por intermédio da seguinte condição de compatibilização de extensões (ver Figura 3):

$$\varepsilon_s = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}) \left( \frac{d-c}{h-c} \right) \quad (13)$$

Obtida a extensão em cada material que compõe a secção, pode-se obter a correspondente tensão por meio do conhecimento das respectivas leis constitutivas. No aço, considera-se o comportamento elástico-linear até à sua cedência, seguido de comportamento perfeitamente plástico, i.e.:

$$f_s = E_s \varepsilon_s \quad se \quad f_s \leq f_{sy} \quad (14.a)$$

$$f_s = f_{sy} \quad se \quad f_s > f_{sy} \quad (14.b)$$

em que  $f_{sy}$  é a tensão de cedência do aço.

Conforme já foi dito, para o FRP admite-se comportamento linear e elástico, pelo que a tensão efectiva é calculada pela aplicação das seguintes relações:

$$f_{fe} = E_f \varepsilon_{fe} \quad se \quad \varepsilon_{fe} \leq k_m \varepsilon_{fu} \quad (15.a)$$

$$f_{fe} = 0 \quad se \quad \varepsilon_{fe} > k_m \varepsilon_{fu} \quad (15.b)$$

O equilíbrio interno de forças só é obtido se a Equação (16) for satisfeita, caso contrário deve-se efectuar o processo iterativo representado no fluxograma da Figura 5, até o equilíbrio ser alcançado.

$$c = \frac{A_s f_s + A_f f_{fe}}{\gamma f_c \beta_1 b} \quad (16)$$

Em (16), os parâmetros  $\beta_1$  e  $\gamma$  estão associados à transformação do diagrama parabólico de distribuição de tensões no betão comprimido para o diagrama rectangular e ao efeito de Rüsch ( $\gamma=0,85$  e  $\beta_1=0,8$ ; secção 10.2.7.3 do ACI 318). Segundo o ACI, se a rotura do sistema de reforço com FRP ocorrer por delaminação ou descolamento, o diagrama rectangular de distribuição de tensões no betão comprimido fornece resultados bastante precisos. No entanto, resultados mais realistas podem ser encontrados utilizando-se diagramas que tenham em consideração a não linearidade física dos materiais intervenientes, tal como será desenvolvido na secção 4.9.

#### 4.7.2 - Tensão no aço para estados limites de utilização

O nível de tensão no aço da secção reforçada pode ser calculado por intermédio da Equação (17), obtida assumindo-se comportamento elasto-fendilhado para o betão.

$$f_{s,s} = \frac{\left[ M_s + \varepsilon_{bi} A_f E_f \left( h - \frac{kd}{3} \right) \right] (d - kd) E_s}{A_s E_s \left( d - \frac{kd}{3} \right) (d - kd) + A_f E_f \left( h - \frac{kd}{3} \right) (h - kd)} \quad (17)$$

Neste cálculo admite-se as extensões e as tensões se distribuem de acordo com a representação da Figura 4. A posição do eixo neutro para as cargas de serviço,  $kd$ , e, consequentemente, a tensão na armadura,  $f_{s,s}$ , podem ser determinados recorrendo-se ao conceito de homogeneização de materiais. A homogeneização da secção reforçada pode ser obtida utilizando-se a razão entre os módulos de elasticidade dos materiais (FRP, aço e betão). Para transformar a área de FRP em secção equivalente de betão multiplica-se a sua área pela relação entre os módulos de elasticidade destes materiais,  $E_f/E_c$ .

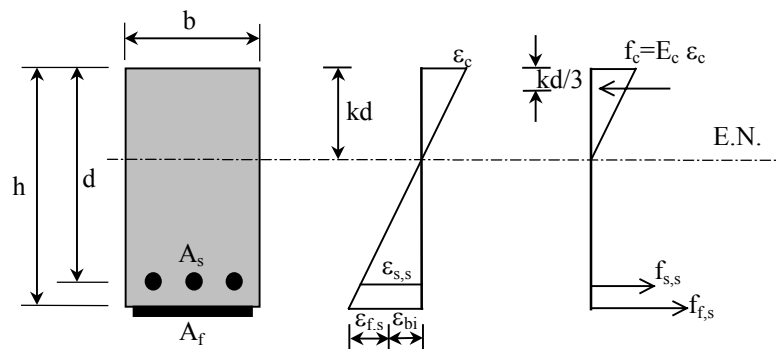


Figura 4 – Distribuição de extensões e de tensões na secção, na verificação aos estados limites de utilização

#### 4.7.3 - Tensão no FRP para estados limites de utilização

Para evitar-se a ruína do reforço devido à actuação de acções de longa duração e de fadiga, deve-se limitar a tensão existente no FRP, calculada a partir da Equação (18), considerando-se as cargas quase permanentes (cargas permanentes mais uma percentagem das sobrecargas). Os valores encontrados devem encontrar-se abaixo dos limites recomendados na Tabela 3.

$$f_{f,s} = f_{s,s} \left( \frac{E_f}{E_s} \right) \frac{h - kd}{d - kd} - \varepsilon_{bi} E_f \quad (18)$$

#### 4.8 - Fluxograma para verificação da capacidade resistente da secção reforçada à flexão

Na verificação aos estados limites últimos, a resistência à flexão de uma secção reforçada, segundo os critérios do ACI 440, pode ser obtida seguindo-se os procedimentos descritos no fluxograma da Figura 5.

Calculada a posição do eixo neutro que verifique a equação de equilíbrio (equação (16)), se a extensão no FRP for superior à efectiva (equação (8)) será necessário aumentar a área de FRP. No entanto, conforme se referiu na secção 4.3.1, não é eficaz nem económico aplicar várias camadas de FRP, dado que o valor de  $k_m$  decresce com a rigidez do sistema de reforço. Uma estratégia possível é, em vez de aumentar ao número de camadas de FRP, aumentar a largura das camadas de FRP, desde que tal seja fisicamente possível.

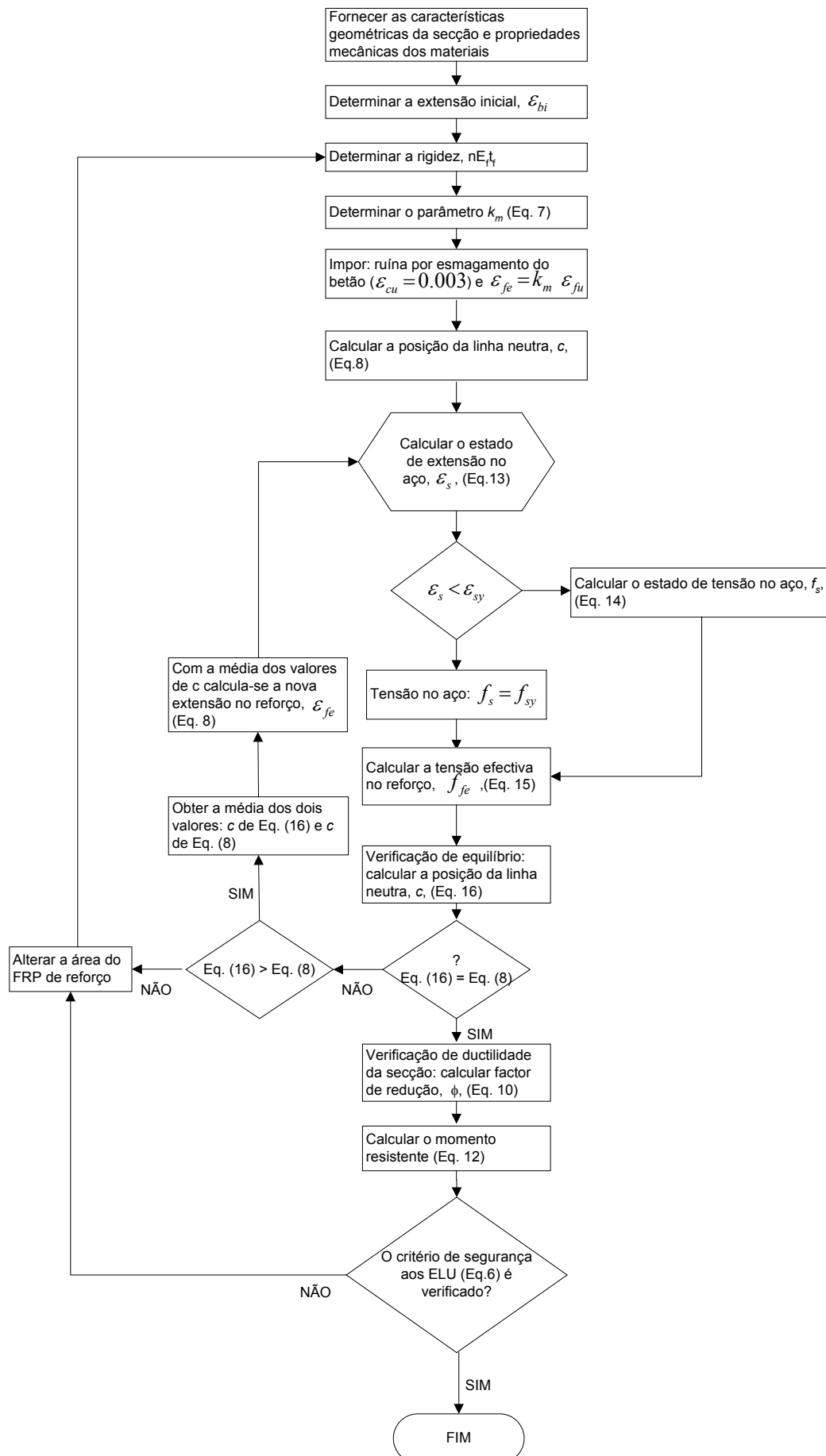


Figura 5 – Fluxograma para verificação aos ELU de secção de betão armado reforçado com FRP

## 4.9 - Modelo de secção

### 4.9.1 - Introdução

Conhecendo-se as leis que regem o comportamento dos materiais que constituem uma determinada secção de um elemento estrutural a ser reforçado, um modelo simples pode ser desenvolvido para determinar a relação momento-curvatura dessa secção,  $M-\chi$  (Ribeiro *et al.* 2003). Com base na relação  $M-\chi$ , é possível determinar a deformabilidade de elementos com rotura por flexão, para qualquer nível de carga aplicado a esse elemento (Oliveira *et al.* 2004).

### 4.9.2 - Determinação da relação momento-curvatura

O presente modelo admite que as secções planas permanecem planas após a aplicação do carregamento, o que se traduz numa distribuição linear das extensões ao longo da secção. Adicionalmente, o equilíbrio da secção implica que os esforços normais de tracção e compressão, sejam iguais, o mesmo ocorrendo com o momento resistente da secção e o momento aplicado.

Para simular os fenómenos de não linearidade material que se desenvolvem na secção ao longo do carregamento, e para ser possível analisar secções constituídas por materiais com distintas propriedades, a secção é discretizada em camadas, tal como se esquematiza na Figura 6. Nesta figura,  $nc$  representa o número de camadas de betão,  $ns$ , as camadas de armaduras em aço e  $nf$  as camadas de FRP.

Um incremento de extensão é imposto numa camada de controlo, normalmente a camada mais comprimida. Admitindo uma distribuição linear das extensões, a partir de um processo iterativo é determinada a profundidade do eixo neutro,  $z_{EN}$ , para o incremento de extensão imposto, de modo que seja atingido o equilíbrio estático, traduzido pela seguinte expressão:

$$\sum_{i=1}^{nc} F_{c,i} + \sum_{j=1}^{ns} F_{s,j} + \sum_{k=1}^{nf} F_{f,k} \leq tol \quad (19)$$

em que  $tol$  é uma dada tolerância,  $F_{c,i}$ ,  $F_{s,j}$  e  $F_{f,k}$  são as forças na camada  $i$  de betão, na armadura  $j$  e no FRP  $k$ , respectivamente. Estas forças são determinadas pelas seguintes expressões:

$$F_{c,i} = b_i h_i \sigma_{c,i} \quad (20)$$

$$F_{s,j} = A_{s,j} \sigma_{s,j} \quad (21)$$

$$F_{f,k} = A_{f,k} \sigma_{f,k} \quad (22)$$

em que  $b_i$ ,  $h_i$  e  $\sigma_{c,i}$  são, respectivamente, a largura, a espessura e a tensão na camada  $i$  de betão. Em (21)  $A_{s,j}$  e  $\sigma_{s,j}$  são, respectivamente, a área e a tensão na armadura  $j$ , enquanto em (22),  $A_{f,k}$  e  $\sigma_{f,k}$  são, respectivamente a área e a tensão na camada  $k$  de FRP.

Para cada iteração convergida, a curvatura,  $\chi$ , é determinada por intermédio do diagrama de extensões:



$$\chi = \frac{\varepsilon_{c,1}}{z_{EN} - \frac{h_1}{2}} \quad (23)$$

em que  $\varepsilon_{c,1}$ ,  $h_1$  são, respectivamente, a extensão na linha média e a espessura da primeira camada.

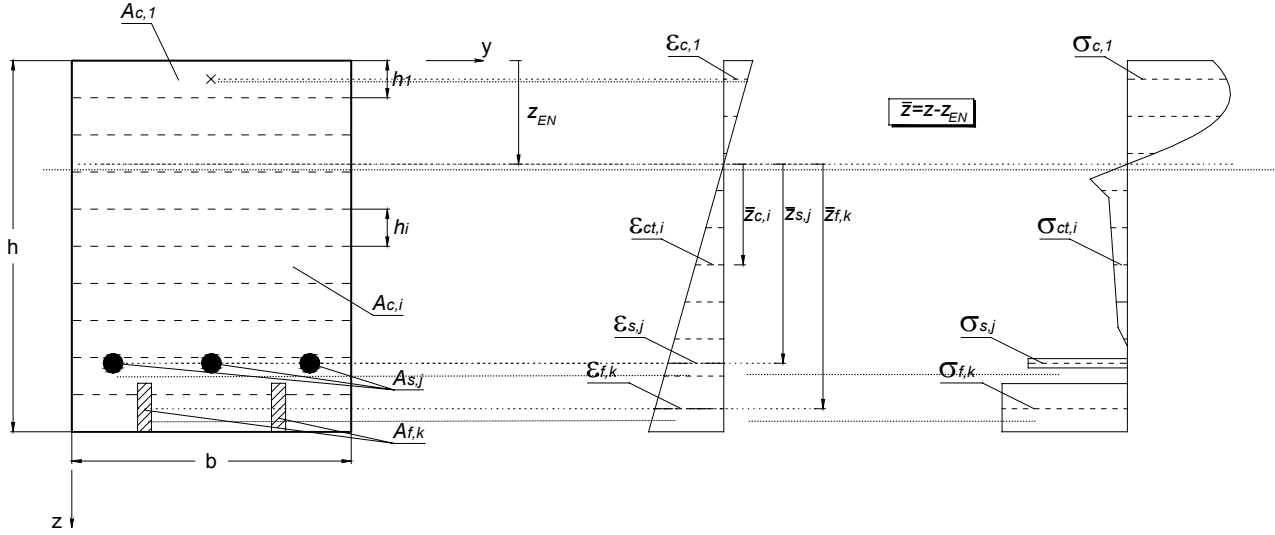


Figura 6 – Discretização e distribuição de extensões e tensões numa secção.

Para uma determinada curvatura, respeitante a uma iteração convergida, o correspondente momento flector é determinado pela expressão:

$$M = \sum_{i=1}^{nc} (F_{c,i} \cdot \bar{z}_{c,i}) + \sum_{j=1}^{ns} (F_{s,j} \cdot \bar{z}_{s,j}) + \sum_{k=1}^{nf} (F_{f,k} \cdot \bar{z}_{f,k}) \quad (24)$$

em que  $\bar{z}_{c,i}$ ,  $\bar{z}_{s,j}$  e  $\bar{z}_{f,k}$  correspondem, respectivamente, à distância entre o eixo neutro e a linha média de cada camada de betão, aço e FRP.

#### 4.9.3 - Determinação da relação força-flecha

Na Figura 7c apresenta-se uma típica relação  $M-\chi$ . Para uma determinada curvatura,  $\chi_e^q$ , a tangente à curva  $M-\chi$  fornece a rigidez tangente à flexão,  $(EI)_{Te}^q$ . Esta rigidez pode ser utilizada para determinar a matriz de rigidez tangente de peças estruturais em que o comportamento em flexão governa a sua resposta estrutural, como é o caso de vigas com rotura por flexão. Para tal, recorre-se à formulação matricial do método dos deslocamentos (Barros *et al.* 1996), discretizando a estrutura em elementos de dois nós de Euler-Bernoulli e calculando a matriz de rigidez tangente da estrutura por assemblagem da matriz de rigidez tangente dos elementos que discretizam a estrutura. Este algoritmo está descrito na Figura 7a e a sua eficácia foi comprovada na simulação do comportamento registado em ensaios experimentais com diversos tipos de elementos estruturais (Oliveira *et al.* 2004, Barros e Fortes 2004).

A formulação deste modelo pode ser alargada por forma a ser possível obter a relação momento-curvatura nas direcções principais da secção de elemento de barra espacial (3D). Esta

abordagem designa-se, geralmente, por modelo de fibras, dado que, em vez de camadas, a secção do elemento passa a ficar discretizada por fibras segundo a direcção do eixo do elemento (Barros e Sena 2001).

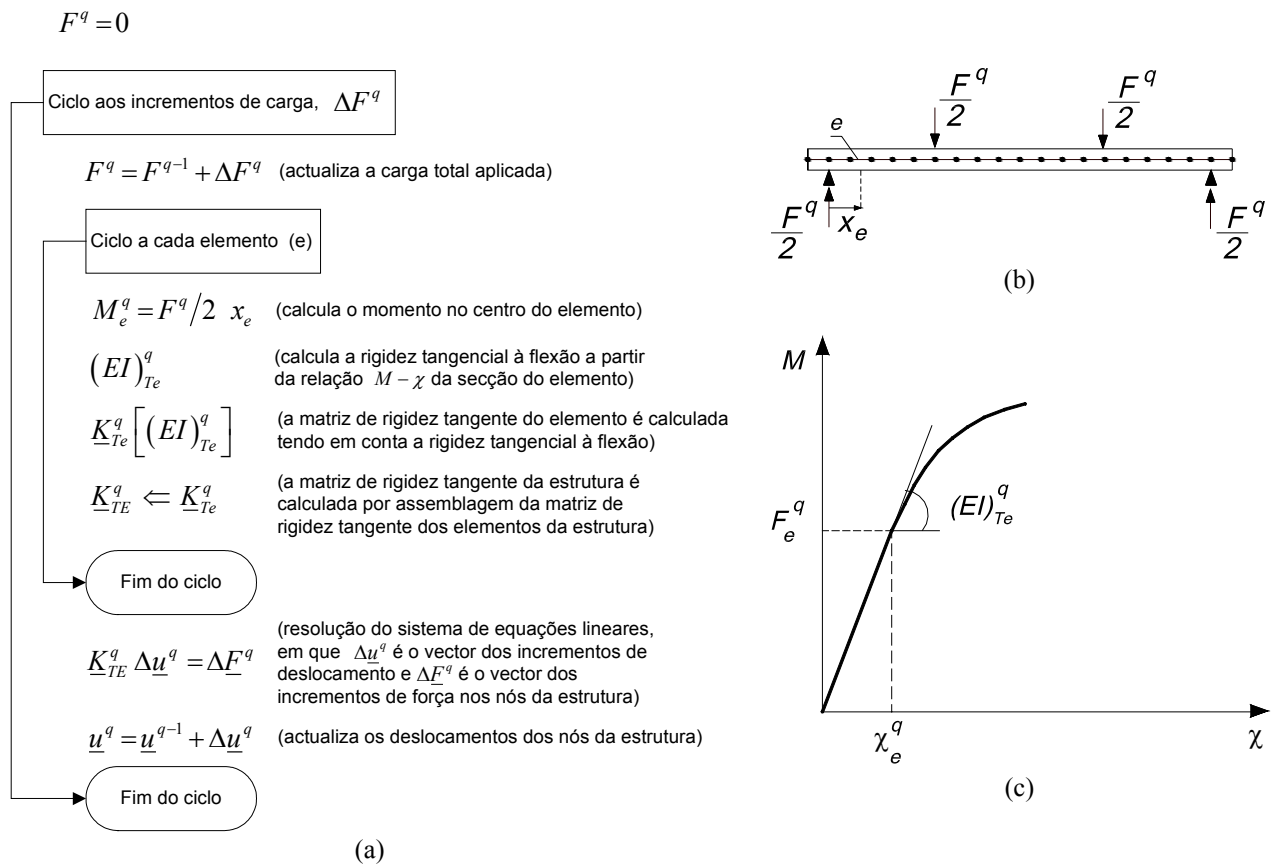
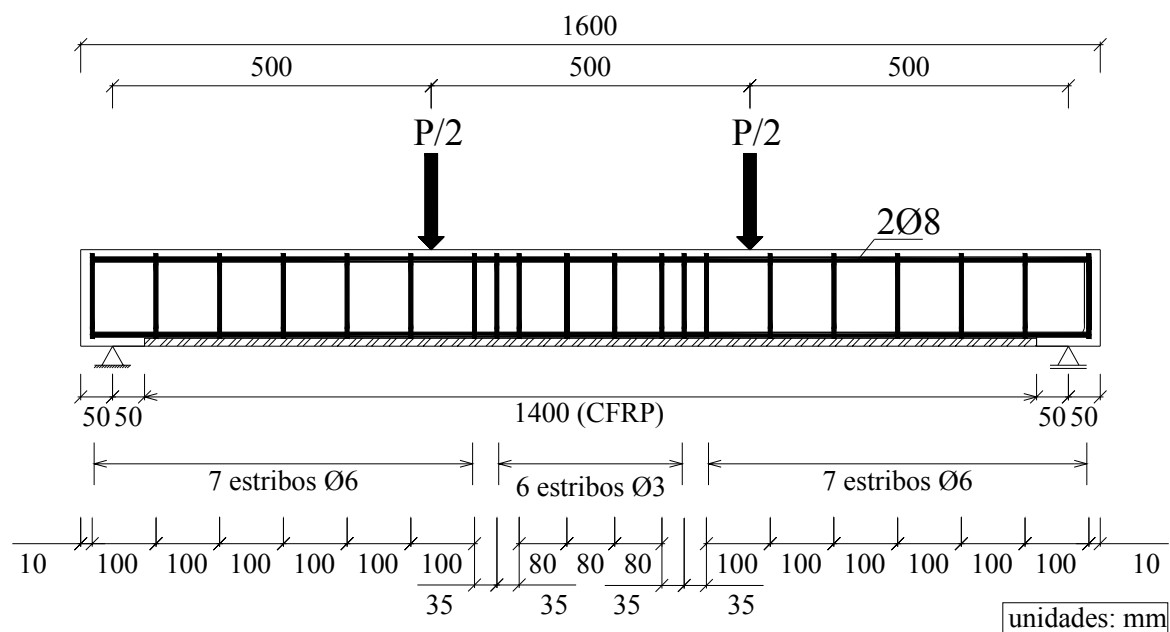


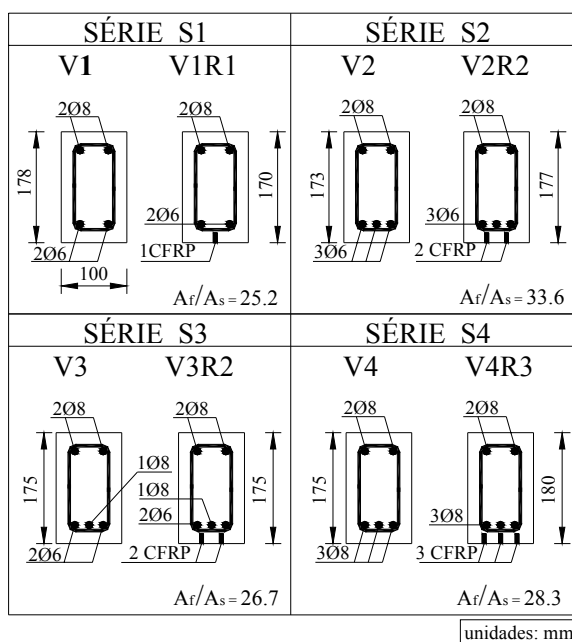
Figura 7 - Algoritmo para determinar a relação força-deslocamento em elemento estrutural que rompe por flexão.

#### 4.9.4 - Avaliação do desempenho do modelo (com a colaboração do Engº Everaldo Bonaldo)

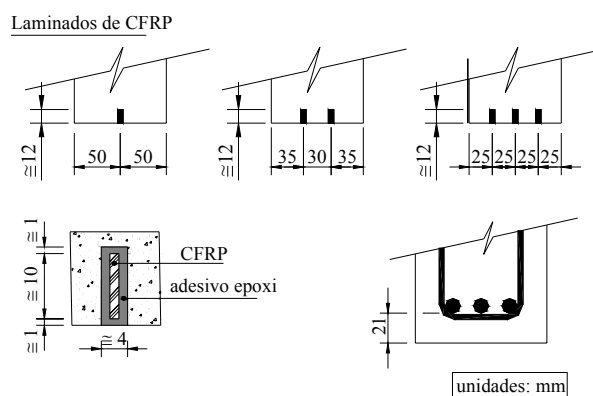
Para avaliar o desempenho do modelo seleccionaram-se as vigas ensaiadas por Fortes *et al.* (2002). Na Figura 8 apresentam-se os dados necessários à caracterização dos modelos das séries de vigas ensaiadas. O reforço é constituído por faixas de laminados CFRP com aproximadamente 1.4 mm de espessura por 10 mm de altura. Os CFRP são inseridos em rasgos efectuados no betão de recobrimento das vigas, e fixos ao betão por intermédio de adesivo epoxi. A área da secção transversal dos CFRP ( $A_f$ ) aplicados em cada série foi determinada por forma a duplicar a carga de rotura das correspondentes vigas de referência. A percentagem de estribos utilizada foi a necessária para assegurar rotura por flexão. Na Figura 8,  $A_s$  é a área da secção transversal dos varões de aço dispostos na face inferior da viga. A deformabilidade das vigas foi medida por LVDT's e as extensões longitudinais nos CFRP foram registadas por três extensómetros colados ao CFRP, tal como se representa na Figura 9.



(a)



(b)



(c)

Figura 8. Séries de vigas com rotura por flexão: (a) tipo de carregamento e distribuição das armaduras, (b) secções transversais, (c) pormenor do reforço

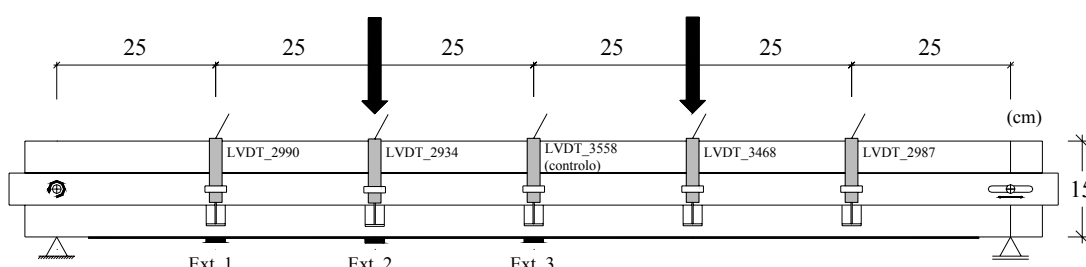


Figura 9 - Disposição dos LVDTs e dos extensómetros (Ext.1, Ext.2 e Ext.3).

Na simulação numérica dos ensaios destas vigas, o comportamento dos materiais intervenientes foi modelado por intermédio dos diagramas representados nas Figuras 10 e 11. À compressão o betão é simulado pelo diagrama recomendado pelo CEB-FIB 1993 (Figura 10a). À tracção, até à sua resistência média,  $f_{ctm}$ , admitiu-se que o betão se comporta em regime linear e elástico (Figura 10b). Após fendilhação, o betão não influenciado pelas armaduras (CEB-FIP 1993) é governado pelo diagrama de amolecimento representado na Figura 10b. Nas vigas não reforçadas, o comportamento do betão fendilhado das camadas sob influência das armaduras é regido pelo diagrama representado na Figura 10c, enquanto nas vigas reforçadas é governado pelo diagrama ilustrado na Figura 10d.

Para os laminados assumiu-se comportamento linear e elástico até à rotura (2740 MPa), com módulo de elasticidade de 158 GPa. Atingida a extensão última do FRP (1.7 %) admite-se que o laminado perde toda a sua capacidade de reforço.

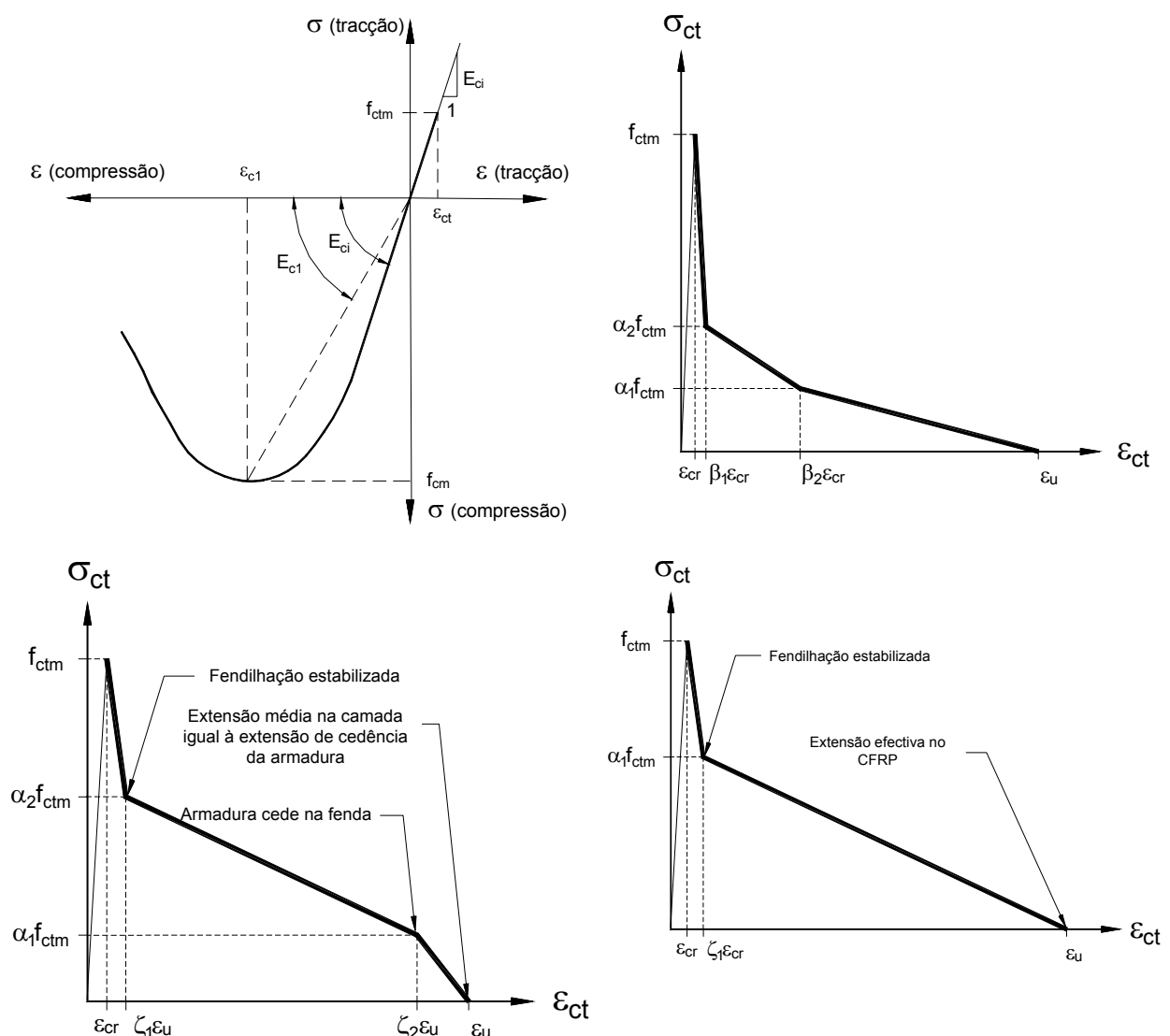


Figura 10 - Diagramas utilizados na simulação do comportamento do betão: (a) à compressão; (b) amolecimento em tracção (softening); (c) endurecimento em tracção nas vigas de referência (stiffening); (d) endurecimento em tracção nas vigas reforçadas (stiffening)

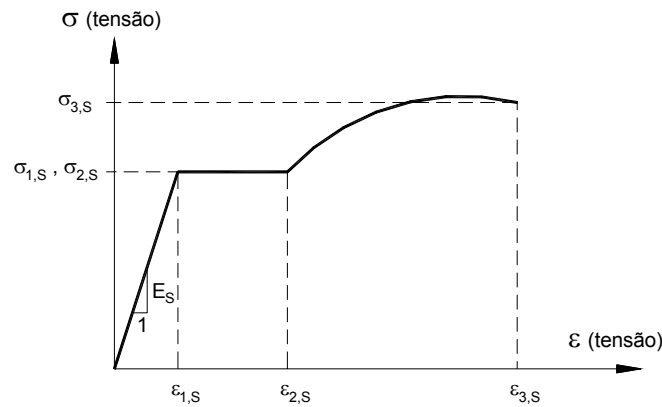


Figura 11 - Lei tensão-extensão para o aço.

Para determinar a relação momento-curvatura, a secção da viga foi discretizada em camadas de 1 mm de espessura. Ao longo do seu desenvolvimento longitudinal, a viga foi discretizada em sessenta elementos de Euler-Bernoulli de dois nós.

Na Figura 12 as curvas obtidas com o modelo numérico são comparadas às registadas experimentalmente, de onde se pode concluir que o modelo desenvolvido permite simular com rigor suficiente a resposta deformacional de elementos com rotura por flexão.

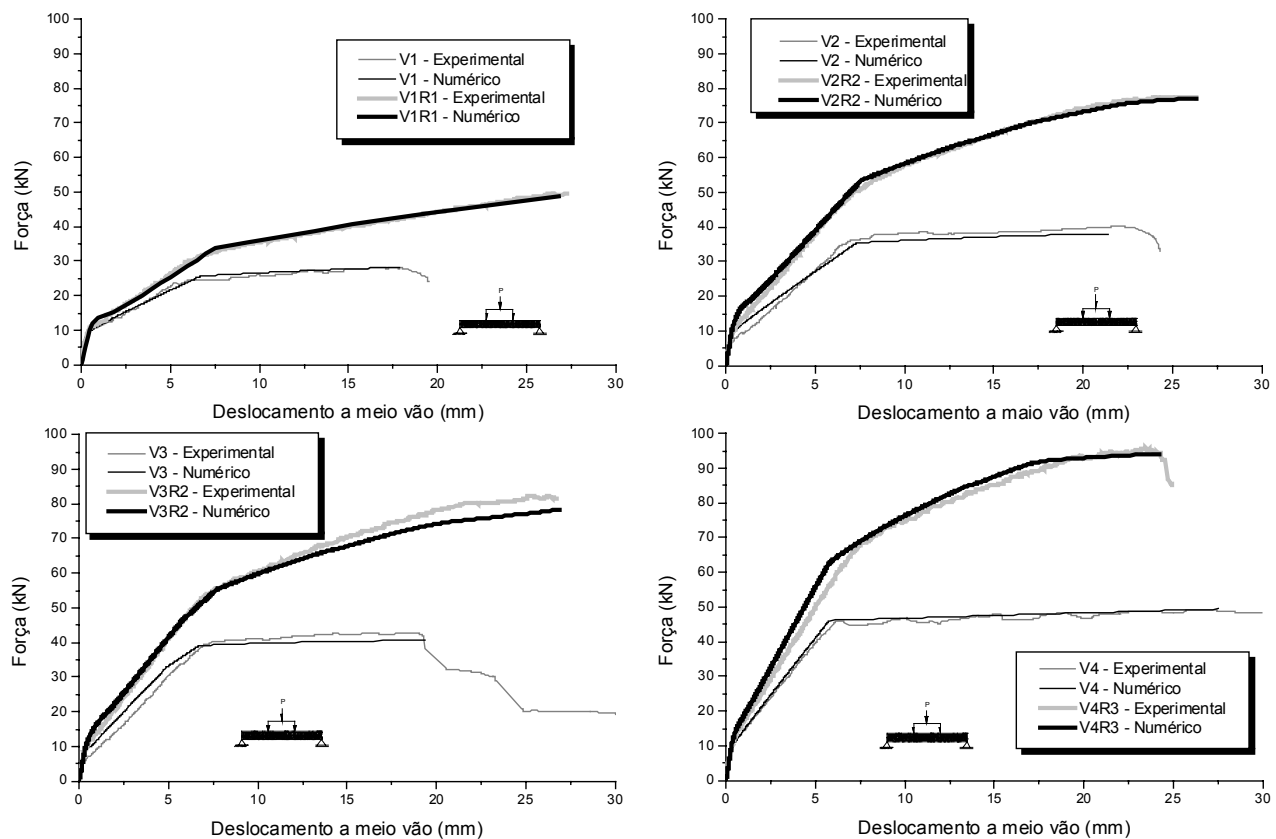


Figura 12 - Força-flecha experimental e numérico.

## 5 - REFORÇO AO CORTE

O contributo do CFRP, em valores de cálculo, para a resistência ao esforço transversal é obtido por meio da seguinte expressão:

$$V_{fd} = \phi \psi_f \frac{A_{fv} f_{fe} d_f}{s_f} (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad (25)$$

em que  $\phi=0.85$  é um coeficiente de segurança em relação à resistência ao esforço transversal de uma peça de betão armado e  $\psi_f$  é um coeficiente que minora a resistência ao corte garantida pelo CFRP. O valor de  $\psi_f$  depende da configuração geométrica do sistema de reforço (Figura 13), tal como está registado na Tabela 4.

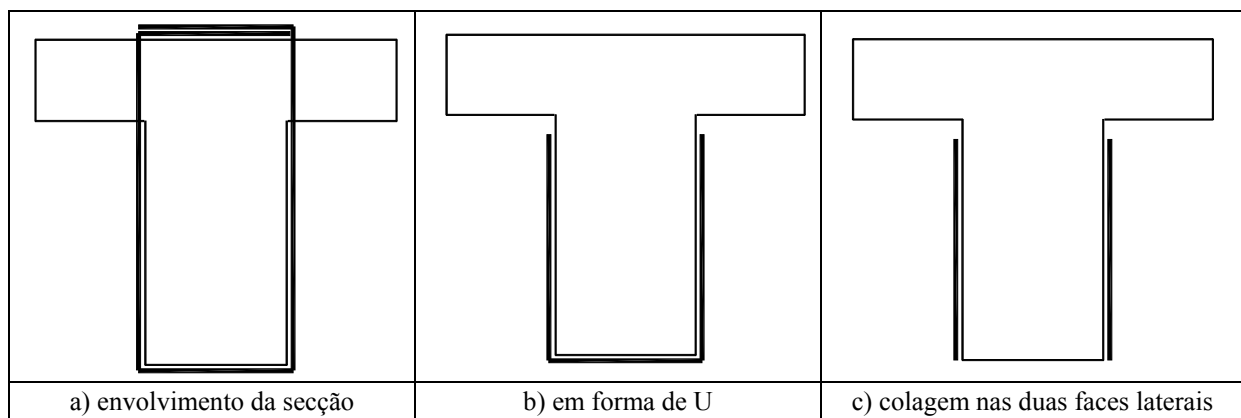


Figura 13 - Configurações geométricas do reforço ao corte com CFRP.

Tabela 4 - Valores do coeficiente de redução  $\psi_f$ .

$\psi_f = 0.95$	Envolvimento total da secção (Figura 8a))
$\psi_f = 0.85$	Reforço em forma de U (Figura 8b)) ou colagem nas duas faces laterais (Figura 8c))

Na expressão (25),  $\alpha$  é o ângulo que a orientação do reforço faz com o eixo da viga, tal como está ilustrado na Figura 9. Na mesma expressão,  $s_f$  é o afastamento entre faixas de CFRP e  $A_{fv}$  é a área efectiva de CFRP para resistir ao esforço transversal, que é dada por:

$$A_{fv} = 2 n t_f w_f \quad (26)$$

em que  $n$ ,  $t_f$  e  $w_f$  são, respectivamente, o número de camadas, a espessura e a largura do reforço de CFRP (Figura 14).

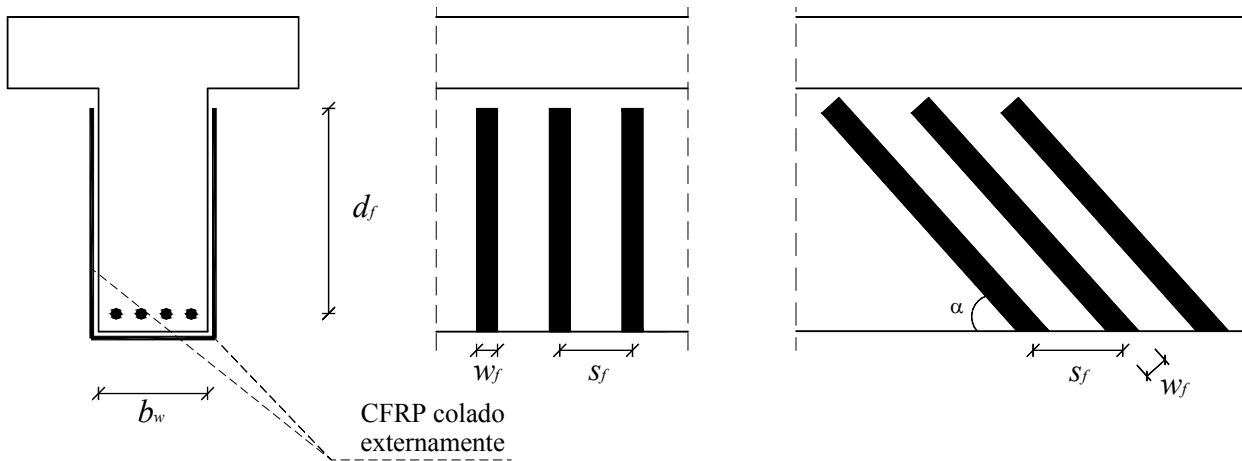


Figura 14 - Dados para a determinação da contribuição de CFRP colados externamente na resistência ao esforço transversal.

A tensão efectiva no CFRP,  $f_{fe}$ , é obtida por intermédio do produto do módulo de elasticidade do compósito,  $E_f$ , pela extensão longitudinal efectiva no CFRP,  $\varepsilon_{fe}$ . O valor desta extensão é obtido da seguinte forma:

a) Para elementos reforçados com envolvimento total da secção (Figura 13a):

$$\varepsilon_{fe} = 0.004 \leq 0.75 \varepsilon_{fu} \quad (27)$$

sendo  $\varepsilon_{fu}$  o valor da extensão longitudinal na rotura do CFRP;

b) Para elementos reforçados em forma de U (Figura 13b) ou por colagem nas faces laterais (Figura 13c):

$$\varepsilon_{fe} = k_v \varepsilon_{fu} \quad (28)$$

cujo valor não poderá exceder 0.004. O coeficiente  $k_v$  é um factor de redução para atender às roturas prematuras, sendo obtido por intermédio de:

$$k_v = \frac{k_1 k_2 L_e}{11900 \varepsilon_{fu}} \leq 0.75 \quad (29)$$

com:

$$L_e = \frac{23300}{(n t_f E_f)^{0.58}} \quad (30)$$

$$k_1 = \left( \frac{f'_c}{27} \right)^{2/3} \quad (31)$$

$$k_2 = \begin{cases} \frac{d_f - L_e}{d_f} & \rightarrow \text{Reforço em forma de U} \\ \frac{d_f - 2L_e}{d_f} & \rightarrow \text{Reforço com CFRP nas faces laterais} \end{cases} \quad (32)$$

Na expressão (31)  $f'_c$  é o valor característico, em MPa, da resistência do betão à compressão em cilindros e nas expressões (25) e (32) o parâmetro  $d_f$  é a altura útil do reforço de CFRP (Figura 14). Nas expressões (29) e (32)  $L_e$  é o comprimento de colagem efectivo do CFRP. Nas expressões (29) a (31) as unidades utilizadas são o milímetro e o Newton.

## 6 - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

### 6.1 - Cálculo da resistência à tracção do sistema FRP

Admita-se que o sistema de reforço será constituído por duas camadas de manta de CFRP com fibras de carbono dispostas numa única direcção, com área de fibras de  $0.1651 \text{ mm}^2/\text{mm}$ . Após a cura do sistema de CFRP, provetes com 50.8 mm de largura foram cortados de uma amostra de CFRP. Os provetes foram submetidos a ensaio de tracção uniaxial segundo as recomendações da ASTM D 3039. Na Tabela 5 apresentam-se os resultados obtidos.

Tabela 5 — Resultados dos ensaios de tracção com provetes de FRP

Proвете ID	Largura do provete	Espessura do provete	Carga de rotura registada
	mm	mm	kN
T-1	50.8	1.397	79.2
T-2	50.8	1.575	72.9
T-3	50.8	1.753	74.3
T-4	50.8	1.346	74.3
T-5	50.8	1.549	77.4
Média	50.8	1.524	75.62



<b>Cálculos tendo em conta apenas as fibras</b>		<b><u>Cálculos tendo em conta a secção do provete</u></b>	
<p>Cálculo de <math>A_f</math> utilizando a conhecida área de fibras por camada de FRP:</p> $A_f = nt_f w_f$	$A_f = (2) \left( 0.1651 \frac{mm^2}{mm} \right) (50.8 mm) = 16.774 mm^2$	<p>Cálculo de <math>A_f</math> utilizando o valor médio da espessura do provete:</p> $A_f = t_f w_f$	$A_f = (1.524 mm)(50.8 mm) = 77.419 mm^2$
<p>Cálculo da resistência média à tracção do FRP baseado na área de fibras:</p> $\overline{f_{fu}} = \frac{\text{Carga média de rotura}}{A_f}$	$\overline{f_{fu}} = \frac{75.62 kN}{16.774 mm^2} = 4.508 \frac{kN}{mm^2}$	<p>Cálculo da resistência média à tracção do FRP baseado na área da secção do provete:</p> $\overline{f_{fu}} = \frac{\text{Carga média de rotura}}{A_f}$	$\overline{f_{fu}} = \frac{75.62 kN}{77.419 mm^2} = 0.977 \frac{kN}{mm^2}$
<p>Cálculo da resistência à tracção por unidade de largura, baseado na área de fibras:</p> $\overline{p_{fu}} = \frac{\overline{f_{fu}} A_f}{w_f}$	$\overline{p_{fu}} = \frac{\left( 4.508 \frac{kN}{mm^2} \right) (16.774 mm^2)}{50.8 mm} = 1.49 \frac{kN}{mm}$	<p>Cálculo da resistência à tracção por unidade de largura, baseado na área da secção do provete:</p> $\overline{p_{fu}} = \frac{\overline{f_{fu}} A_f}{w_f}$	$\overline{p_{fu}} = \frac{\left( 0.977 \frac{kN}{mm^2} \right) (77.419 mm^2)}{50.8 mm} = 1.49 \frac{kN}{mm}$

Considere-se agora que o projectista selecciona dois sistemas de FRP para o reforço de um elemento de betão e que, junto do fabricante, obteve as propriedades destes dois sistemas. O sistema A é constituído por manta de fibras unidireccionais de carbono. O sistema B é constituído por laminados de fibras de carbono. Ambos os sistemas são fixos à superfície do elemento a reforçar por meio de resina epoxi. Alguns dos dados disponibilizados na documentação técnico/comercial do fabricante estão indicados na Tabela 6. Estes resultados serão comparados com os obtidos nos ensaios (Tabela 5).

Tabela 6 — Propriedades materiais e descrição dos dois sistemas de FRP

<b>Sistema A</b> (enxertos do documento técnico)		<b>Sistema B</b> (enxertos do documento técnico)	
<u>Tipo de sistema</u> : curado in-situ, folha unidireccional		<u>Tipo de sistema</u> : pré-curado, laminado unidireccional	
<u>Tipo de fibra</u> : carbono de elevada resistência		<u>Tipo de fibra</u> : carbono de elevada resistência	
<u>Resina polimérica</u> : epoxi		<u>Resina polimérica</u> : epoxi	
<i>O sistema A é instalado utilizando o sistema de cura in-situ, em que a manta é impregnada e fixa no sítio com epoxi.</i>		<i>O sistema B é composto por laminados pré-curados, fixos ao substrato de betão utilizando adesivo à base de epoxi.</i>	
Propriedades mecânicas <sup>*,†,‡</sup>		Propriedades mecânicas <sup>*,†</sup>	
$t_f =$	0.330 mm	$t_f =$	1.270 mm
$f_{fu}^*$	3790 MPa	$f_{fu}^*$	2620 MPa
$\varepsilon_{fu}^* = 1.7\%$		$\varepsilon_{fu}^* = 1.7\%$	
$E_f =$	227527 MPa	$E_f =$	151685 MPa
<u>Notas do Sistema A:</u> * As propriedades indicadas resultam de um número de ensaios superior a 20, segundo as recomendações da ASTM D 3039.  † As propriedades indicadas foram ajustadas estatisticamente, subtraindo ao valor médio um valor correspondente a três vezes o desvio padrão.  ‡ A espessura é baseada na área da secção das fibras por camada de FRP. A resina é excluída. A espessura do sistema de FRP é 0.1067 mm a 0.1245 , por camada.		<i>I</i> <u>Notas do Sistema B:</u> * As propriedades indicadas resultam de um número de ensaios superior a 20, segundo as recomendações da ASTM D 3039.  † As propriedades indicadas foram ajustadas estatisticamente, subtraindo ao valor médio um valor correspondente a três vezes o desvio padrão.	

Como os resultados incluídos nas tabelas 5 e 6 foram obtidos com base estatística, é possível proceder à directa comparação dos valores da resistência à tracção e do módulo de elasticidade dos dois sistemas. Os cálculos são apresentados a seguir:

<b>Procedimento</b>	<b>Cálculos</b>
<b>Passo 1A – Resistência à tracção por unidade de largura do Sistema A</b>  $p_{fu}^* = f_{fu}^* t_f$	$p_{fu}^* = \left( 3.79 \frac{kN}{mm^2} \right) (0.330 mm) = 1.25 \frac{kN}{mm}$
<b>Passo 1B – Resistência à tracção por unidade de largura do Sistema B</b> $p_{fu}^* = f_{fu}^* t_f$	$p_{fu}^* = \left( 2.62 \frac{kN}{mm^2} \right) (1.27 mm) = 3.33 \frac{kN}{mm}$
<b>Passo 2A – Rigidez à tracção por unidade de largura do Sistema A</b>	

Procedimento	Cálculos
$k_f = E_f t_f$	$k_f = (227.527 \text{ kN/mm}^2)(0.330 \text{ mm.}) = 75.08 \text{ kN/mm.}$
<b>Passo 2B – Rigidez à tracção por unidade de largura do Sistema B</b> $k_f = E_f t_f$	$k_f = (151.685 \text{ kN/mm}^2)(1.270 \text{ mm.}) = 192.64 \text{ kN/mm.}$
<b>Passo 3 – Comparação dos dois sistemas</b>  Resistência à tracção: $p_{fu}^*$ (Sistema A) $p_{fu}^*$ (Sistema B)	$\frac{p_{fu}^* (\text{Sistema B})}{p_{fu}^* (\text{Sistema A})} = \frac{3.33 \text{ kN/mm}}{1.25 \text{ kN/mm}} = 2.66$ $\therefore$ Para uma dada resistência equivalente à tracção, três camadas do Sistema A equivalem a uma camada do Sistema B
Rigidez: $k_f$ (Sistema A) $k_f$ (Sistema B)	$\frac{k_f (\text{Sistema B})}{k_f (\text{Sistema A})} = \frac{192.64 \text{ kN/mm.}}{75.08 \text{ kN/mm.}} = 2.57$ $\therefore$ Para uma dada rigidez equivalente, três camadas do Sistema A equivalem a uma camada do Sistema B.

Como no projecto de reforço a extensão no FRP está limitada à extensão efectiva, a tensão de rotura do FRP não é mobilizada e não deve servir de base de comparação entre distintos sistemas de reforço. Quando se analisam distintos sistemas de FRP para o reforço de uma determinada aplicação, o seu desempenho deve ser comparado apenas em termos de rigidez equivalente. Além disto, cada sistema FRP em análise deve possibilitar que se desenvolva níveis de extensão superiores ao que a aplicação exige, sem ocorrer a rotura do FRP, i.e.,  $\epsilon_{fu} > \epsilon_{fe}$ .

Sempre que a aplicação assim o possibilite, é preferível aumentar a largura do FRP do que aumentar o número de camadas de FRP, dado que assim diminui-se as tensões de corte na interface FRP-substrato, o que possibilita maiores níveis de reforço para uma mesma quantidade de FRP.

## 6.2 - Reforço à flexão

A viga representada na Figura 15 faz parte de uma estrutura, para a qual se pretende que passe a resistir a uma sobrecarga 150% superior à que tinha sido utilizada no seu dimensionamento. A armadura de resistência ao esforço transversal que a viga dispõe garante a não ocorrência de rotura por corte após o acréscimo de carga. A verificação da flecha e de abertura de fenda está também assegurada, mas a viga necessita de ser reforçada à flexão.

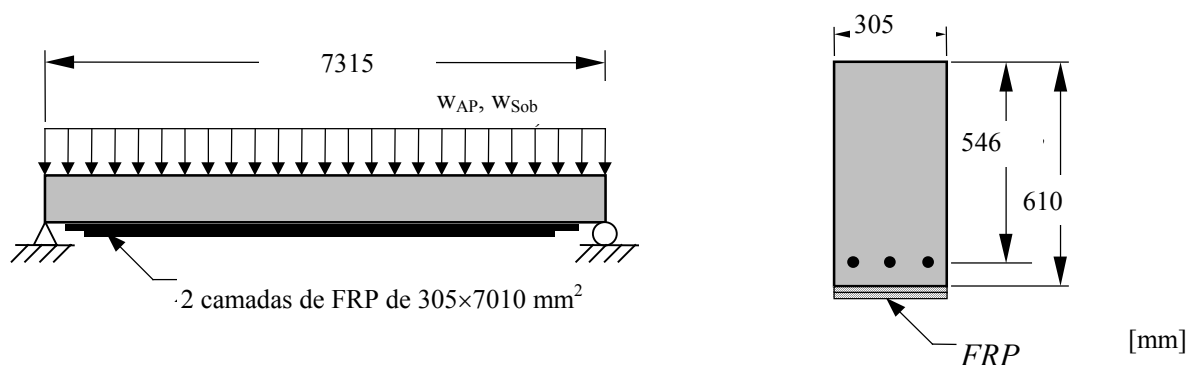


Figura 15 — Esquema de reforço à flexão de viga de betão armado, por colagem externa de FRP.

Comprimento da viga, $l$	7315 m.
Largura da viga, $w$	305 mm.
$d$	546 mm.
$h$	610 mm.
$f'_c$	34.47 N/mm <sup>2</sup>
$f'_v$	414 N/mm <sup>2</sup>
$(\phi M_n)_{s/R}$ (momento resistente da viga não reforçada)	355.3 kNm
Varões de aço	$A_s=1935\text{mm}^2$

A Tabela 7 sumaria as acções existentes e as novas acções, bem como os correspondentes momentos a meio vão da viga.

Tabela 7 — Acções e correspondentes momentos flectores a meio vão da viga

Acção/Momento	Acções existentes	Novas acções
Acções permanentes, $w_{AP}$	14 N/mm	14 N/mm
Sobrecargas, $w_{Sob}$	17 N/mm	26 N/mm
Cargas não majoradas, ( $w_{AP} + w_{Sob}$ )	32.1 N/mm	40.9 N/mm
Combinação 1 ( $1.2w_{AP} + 0.85w_{Sob}$ )	n/a	39.8 N/mm
Combinação 2, ( $1.4w_{AP} + 1.7w_{Sob}$ )	50.2 N/mm	65.1 N/mm
Momento devido ao peso próprio, $M_{AP}$	93.6 kN.m	96.2 kN.m
Momento devido à sobrecarga, $M_{Sob}$	113.7 kN.m	173.9 kN.m
Momento para a carga de serviço, $M_s$	214.7 kN.m	273.6 kN.m
Momento da combinação 1 ( $1.2M_{AP} + 0.85M_{Sob}$ )	n/a	266.2 kN.m
Momento da combinação 2, $M_u$	335.8 kN.m	435.4 kN.m

Propõe-se que a viga seja reforçada com o sistema FRP descrito na Tabela 8. O sistema *curado “in situ”* (manta) é constituído por duas camadas de manta unidireccional de 305 mm de largura por 7010 mm de comprimento.

Tabela 8 — Propriedades do sistema FRP segundo o fabricante

Espessura por camada, $t_f$	1.016 mm
Resistência última à tracção da manta, $f_{fu}^*$	620.53 N/mm <sup>2</sup>
Extensão de rotura, $\varepsilon_{fu}^*$	0.01677 mm/mm
Módulo de elasticidade, $E_f$	37000 N/mm <sup>2</sup>

O nível de reforço requerido é aceitável, dado que respeita a condição (1), i.e., o momento resistente da viga não reforçada,  $(\phi M_n)_{NR} = 355$  kN.m, é maior que o momento da combinação 1 (20% de majoração das acções permanentes mais 85% da sobrecarga). Os cálculos utilizados na verificação deste sistema de reforço são apresentados de seguida.

Procedimento	
<p><b>Passo 1 – Calcular as propriedades de cálculo do sistema FRP</b></p> <p>A viga está licalizada no interior de um edifício e será utilizado um CFRP. Segundo a tabela 2, <math>C_E = 0.95</math>.</p> $f_{fu} = C_E f_{fu}^*$ $\varepsilon_{fu} = C_E \varepsilon_{fu}^*$	$f_{fu} = (0.95)(620.53 \text{ N/mm}^2) = 589.5 \text{ N/mm}^2$ $\varepsilon_{fu} = (0.95)(0.017 \text{ mm/mm}) = 0.0162 \text{ mm/mm}$
<p><b>Passo 2 – Cálculos preliminares</b></p> <p>Propriedades do betão: Segundo ACI 318-99, Secção 10.2.7.3, <math>\beta_1</math>: <math>E_c = 4733\sqrt{f'_c}</math></p>	$\beta_1 = 1.09 - 0.008 f'_c (\text{N/mm}^2) = 0.81$ $E_c = 4733\sqrt{34.47 \text{ N/mm}^2} = 27788 \text{ N/mm}^2$
<p>Propriedades dos varões de aço:</p> $\rho_s \equiv \frac{A_s}{bd}$ <p>Propriedades do FRP:</p> $A_f = n t_f w_f$ $\rho_f \equiv \frac{A_f}{bd}$	$A_s = 3(645 \text{ mm}^2) = 1935 \text{ mm}^2$ $\rho_s = \frac{1935 \text{ mm}^2}{(305 \text{ mm.})(546 \text{ mm.})} = 0.0116$ $A_f = (2 \text{ camadas})(1.016 \text{ mm/camada})(305 \text{ mm.}) = 619.76 \text{ mm}^2$ $\rho_f = \frac{619.76 \text{ mm}^2}{(305 \text{ mm.})(546 \text{ mm.})} = 0.00372$
<p><b>Passo 3 – Determinação do estado de extensão no substracto</b></p> <p>O estado de extensão existente no substracto é calculado assumindo que a viga está em fase fendilhada, e que, no momento da aplicação do reforço, apenas actuam as acções permanentes. Da análise da secção fendilhada obtém-se <math>k=0.334</math> e <math>I_{cr}=2451 \times 10^6 \text{ mm}^4</math></p> $\varepsilon_{bi} = \frac{M_{AP}(h - kd)}{I_{cr} E_c}$	$\varepsilon_{bi} = \frac{(93600 \text{ kN} \cdot \text{mm.})[610 \text{ mm.} - (0.334)(546 \text{ mm.})]}{(2451 \times 10^6 \text{ mm}^4)(27.778 \text{ kN/mm}^2)}$ $\varepsilon_{bi} = 0.00059$
<p><b>Passo 4 – Determinar o parâmetro <math>k_m</math></b></p> <p>O parâmetro <math>\kappa_m</math> é calculado segundo a Eq. (7). Comparar <math>nE_f t_f</math> com 180000</p> <p>Assim,</p> $\kappa_m = \frac{1}{60\varepsilon_{fu}} \left( 1 - \frac{nE_f t_f}{360000} \right) \leq 0.90$	$(2)(37 \text{ kN/mm}^2)(1.016 \text{ mm.}) = 75184 < 180000$ $\kappa_m = \frac{1}{60(0.01677)} \left[ 1 - \frac{(2)(37000 \text{ kN/mm}^2)(1.016 \text{ mm.})}{360000} \right]$ $\kappa_m = 0.79 < 0.6$
<p><b>Passo 5 – Estimar a profundidade do eixo neutro, <math>c</math></b></p> <p>Considerar <math>c=0.20d</math> é uma estimativa inicial razoável. O valor de <math>c</math> é ajustado após verificação do equilíbrio.</p> $c = 0.20d$	$c = (0.20)(546 \text{ mm.}) = 109.2 \text{ mm.}$

Procedimento	
<p><b>Passo 6 – Determinar a extensão efectiva no FRP</b></p> <p>A extensão efectiva pode ser calculada por intermédio da Eq. (8).</p> $\varepsilon_{fe} = 0.003 \left( \frac{h-c}{c} \right) - \varepsilon_{bi} \leq \kappa_m \varepsilon_{fu}$ <p>Notar que, para a posição de eixo neutro seleccionada, o modo de rotura é por esmagamento do betão, dado que é a parcela da esquerda que controla. Caso contrário, o modo de rotura seria por cedência do FRP.</p>	$\varepsilon_{fe} = 0.003 \left( \frac{610 \text{ mm} - 109.2 \text{ mm}}{109.2 \text{ mm}} \right) - 0.00059$ $\leq 0.79(0.01677)$ $\varepsilon_{fe} = \underline{\underline{0.0132}} \leq 0.0133$
<p><b>Passo 7 – Calcular a extensão nas armaduras existentes</b></p> <p>A extensão nas armaduras são calculadas por intermédio da Eq. (13).</p>	
$\varepsilon_s = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}) \left( \frac{d-c}{h-c} \right)$	$\varepsilon_s = (0.0132 + 0.00058) \left( \frac{546 - 109.2}{610 - 109.2} \right) = 0.012$
<p><b>Passo 8 – Calcular a tensão nas armaduras existentes e no FRP</b></p> <p>Estas tensões são calculadas por meio da Eq. (14) e (15).</p> $f_s = E_s \varepsilon_s \leq f_y$ $f_{fe} = E_f \varepsilon_{fe}$	$f_s = (200000 \text{ N/mm}^2)(0.012) \leq 414 \text{ N/mm}^2$ $f_s = 2400 \text{ N/mm}^2 \leq \underline{\underline{414 \text{ N/mm}^2}}$ <p>(não verifica)</p> $f_{fe} = (37000 \text{ N/mm}^2)(0.0132) = 488.4 \text{ N/mm}^2$
<p><b>Passo 9 – Calculo das forças internas e verificação do equilíbrio</b></p> <p>A verificação do equilíbrio é efectuada calculado <math>c</math> segundo a Eq. (16) e comparando o valor obtido com o estimado no passo 5. (Como a rotura por esmagamento controla a rotura, <math>\gamma</math> pode ser considerado igual a 0.85)</p> $c = \frac{A_s f_s + A_f f_{fe}}{\gamma f'_c \beta_1 b}$	$c = \frac{(1935 \text{ mm}^2)(414 \text{ N/mm}^2) + (619 \text{ mm}^2)(488.4 \text{ N/mm}^2)}{(0.85)(34.47 \text{ N/mm}^2)(0.81)(305 \text{ mm.})}$ $c = 152 \text{ mm.} \neq 109 \text{ mm. n.g.}$ <p>∴ Considerar o novo valor <math>c</math> e repetir os passos 6 a 9 até ser garantido o equilíbrio.</p>
<p><b>Passo 10 – Ajustar <math>c</math> até ser garantido o equilíbrio</b></p> <p>Os passos 6 a 9 são foram repetidos o número de vezes necessário com diferentes valores de <math>c</math> até se encontrar o equilíbrio. Os resultados da última iteração resumem-se de seguida:</p> <p><math>c = 135 \text{ mm}</math></p> <p><math>\varepsilon_s = 0.0086</math></p> <p><math>f_s = f_y = 414 \text{ MPa}</math></p> <p><math>\varepsilon_{fe} = 0.0093</math></p> <p><math>f_{fe} = 343.6 \text{ MPa}</math></p>	$c = \frac{(1935 \text{ mm}^2)(414 \text{ N/mm}^2) + (619 \text{ mm}^2)(343.6 \text{ N/mm}^2)}{(0.85)(34.47 \text{ N/mm}^2)(0.81)(305 \text{ mm.})}$ $c = \frac{(1935 \text{ mm}^2)(413.7 \text{ N/mm}^2) + (619 \text{ mm}^2)(343 \text{ N/mm}^2)}{(0.85)(34.47 \text{ N/mm}^2)(0.81)(305 \text{ mm.})}$ <p><math>c = 135 \text{ mm.} = 135 \text{ mm.} \checkmark \text{O.K.}</math></p> <p>∴ O valor de <math>c</math> da última iteração é correcto.</p>

Procedimento	
<p><b>Passo 11 – Valor de cálculo do momento resistente</b></p> <p>O valor de cálculo do momento resistente determina-se segundo a Eq. (12). Um factor adicional de segurança, <math>\psi_f = 0.85</math>, aplica-se à parcela relativa à contribuição do FRP. Como <math>\varepsilon_s = 0.0086 &gt; 0.005</math>, deve-se aplicar um factor de redução da resistência, <math>\phi = 0.90</math>, calculado segundo a Eq. (10).</p>	
$\phi M_n = \phi \left[ A_s f_s \left( d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) + \psi A_f f_{fe} \left( h - \frac{\beta_1 c}{2} \right) \right]$	$\phi M_n = 0.90 \left[ \begin{aligned} & \left( 1935 \text{ mm}^2 \right) \left( 414 \text{ N/mm}^2 \right) \left( 546 \text{ mm} - \frac{(0.81)(135 \text{ mm})}{2} \right) + \\ & (0.85) \left( 620 \text{ mm}^2 \right) \left( 344 \text{ N/mm}^2 \right) \left( 610 \text{ mm} - \frac{(0.81)(135 \text{ mm})}{2} \right) \end{aligned} \right]$ <p><math>\phi M_n = 445 \text{ kN} \cdot \text{m} \geq M_u = 435.4 \text{ N} \cdot \text{m}</math></p> <p><math>\therefore</math> O momento resistente é superior ao máximo momento para a configuração de carregamento da estrutura reforçada</p>
<p><b>Passo 12 – Verificar as tensões de serviço nas armaduras de aço e no FRP</b></p> <p>Calcular a profundidade do eixo neutro para secção em regime linear e adoptando conceitos de homogeneização. Para secção rectangular sem armadura de compressão fica:</p>	$k = \sqrt{\left( \rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c} \right)^2 + 2 \left( \rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c} \left( \frac{h}{d} \right) \right) - \left( \rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c} \right)}$ $k = \sqrt{\left( 0.0116 \left( \frac{200}{28} \right) + 0.00372 \left( \frac{37}{28} \right) \right)^2 + 2 \left( 0.0116 \left( \frac{200}{28} \right) + 0.00372 \left( \frac{37}{28} \right) \left( \frac{610 \text{ mm}}{546 \text{ mm}} \right) \right) - \left( 0.0116 \left( \frac{200}{28} \right) + 0.00372 \left( \frac{37}{28} \right) \right)}$ <p><math>k = 0.343</math></p> <p><math>kd = (0.343)(546 \text{ mm}) = 187.3 \text{ mm}</math></p>
<p>Calcular o nível de tensão nos varões de aço, segundo a Eq. (17) e verificar se é menor que o limite recomendado pela Eq. (11)</p> $f_{s,s} = \frac{\left[ M_s + \varepsilon_{bi} A_f E_f \left( h - \frac{kd}{3} \right) \right] (d - kd) E_s}{A_s E_s \left( d - \frac{kd}{3} \right) (d - kd) + A_f E_f \left( h - \frac{kd}{3} \right) (h - kd)}$ $f_{s,s} \leq 0.80 f_y$	$f_{s,s} = \frac{\left[ 273600 \text{ kN} \cdot \text{mm} + (0.00059) (619.76 \text{ mm}^2) (37 \text{ kN/mm}^2) \left( 610 \text{ mm} - \frac{187.3 \text{ mm}}{3} \right) \right] (546 \text{ mm} - 187.3 \text{ mm}) (200 \text{ kN/mm}^2)}{\left[ (1935 \text{ mm}^2) (200 \text{ kN/mm}^2) \left( 546 \text{ mm} - \frac{187.3 \text{ mm}}{3} \right) (546 \text{ mm} - 187.3 \text{ mm}) + (619.76 \text{ mm}^2) (37 \text{ kN/mm}^2) \left( 610 \text{ mm} - \frac{187.3 \text{ mm}}{3} \right) (610 \text{ mm} - 187.3 \text{ mm}) \right]}$ <p><math>f_{s,s} = 280 \text{ N/mm}^2 \leq (0.80) (410 \text{ N/mm}^2) = 330 \text{ N/mm}^2</math></p> <p><math>\therefore</math> A tensão na armadura de aço está dentro do limite recomendado</p>
<p>Calcular a tensão no FRP segundo a Eq. (18) e verificar se é inferior à tensão limite por relaxação (ver Tabela 3). Assumir que toda a carga de serviço é quase-permanente.</p> $f_{f,s} = f_{s,s} \left( \frac{E_f}{E_s} \right) \left( \frac{h - kd}{d - kd} \right) - \varepsilon_{bi} E_f$ <p>Para um sistema FRP em fibras de carbono, o limite de tensão no CFRP para carregamentos que incluem acções cíclicas obtém-se da tabela 3, resultando: <math>0.55 f_{fu}</math>.</p>	$f_{f,s} = 0.280 \text{ kN/mm}^2 \left( \frac{37 \text{ kN/mm}^2}{200 \text{ kN/mm}^2} \right) \left( \frac{610 \text{ mm} - 187.3 \text{ mm}}{546 - 187.3 \text{ mm}} \right) - (0.00058) (37 \text{ kN/mm}^2)$ <p><math>f_{f,s} = 39.6 \text{ N/mm}^2 \leq (0.55) (586 \text{ N/mm}^2) = 322.3 \text{ N/mm}^2</math></p> <p><math>\therefore</math> O nível de tensão no FRP respeita o limite de tensão no FRP.</p>

Nos pormenores de execução do projecto, o FRP deve ter um comprimento de "amarração" com dimensão suficiente de forma a evitar a rotura por deslizamento/descolamento do FRP. Para tal, recomenda-se que após a secção correspondente ao momento de fendilhação, o FRP se estenda por mais um comprimento igual à altura útil da viga,  $d$ .

Se para o carregamento mais desfavorável das acções previstas para a situação de reforço da estrutura, o esforço de corte for superior a  $2/3$  da resistência ao corte do betão, deve-se utilizar sistemas de FRP similares aos indicados no Capítulo 5 deste trabalho, por forma a evitar o destacamento do betão de recobrimento.

### 6.3 - Reforço ao corte

Considere-se uma viga de secção T em betão com resistência à compressão  $f'_c = 20.7 \text{ N/mm}^2$ , localizada no interior de um edifício. Devido ao aumento da sobrecarga, essa viga tem de ser reforçada ao corte, sendo, no entanto, suficiente a armadura longitudinal. A contribuição do betão para a resistência ao corte é  $V_c = 162 \text{ kN}$ , enquanto os estribos contribuem com uma resistência  $V_s = 87.2 \text{ kN}$ , pelo que a resistência total da viga existente é  $\phi V_{n, existente} = 0.85(162+87.2) = 211.8 \text{ kN}$ . O valor de cálculo do esforço de corte para o novo carregamento, à distância  $d$  do apoio, é  $V_u = 266.7 \text{ kN}$ , pelo que a viga tem de ser reforçada ao corte. A Figura 16 representa o diagrama de corte e a zona onde é necessário aplicar reforço.

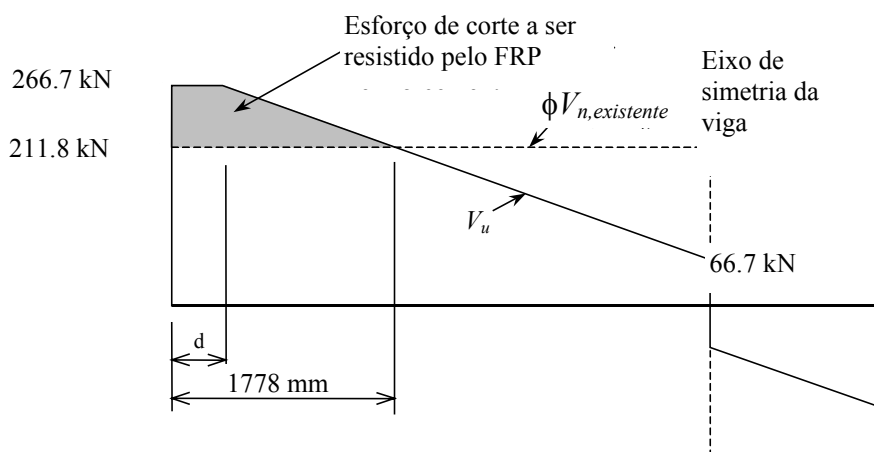


Figura 16 — Diagrama de esforço de corte mostrando a necessidade de reforço ao corte. O FRP deve corrigir a deficiência traduzida pela área a sombreado.

O sistema FRP a ser aplicado está representado na Figura 17. Cada faixa de FRP é constituída por uma camada de manta ( $n = 1$ ) com fibras dispostas segundo a direcção normal ao eixo da viga (ver também Tabela 9). Os valores das propriedades do FRP indicados pelo fabricante estão incluídos na Tabela 10.



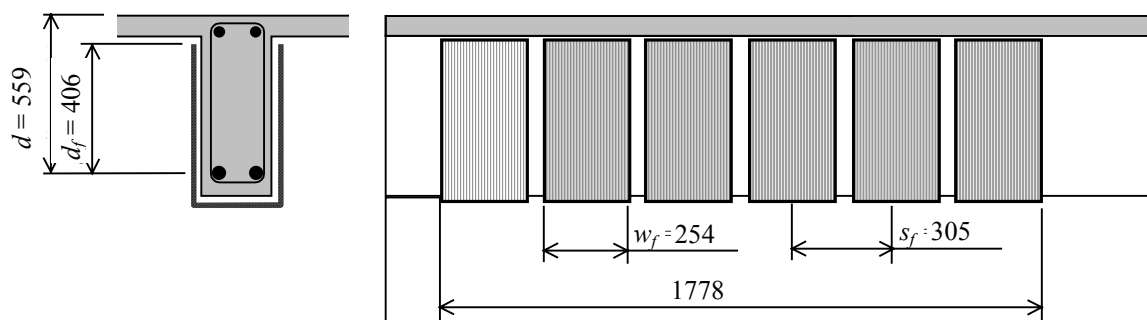


Figura 17 — Configuração do sistema de reforço em FRP (unidades em mm).

Tabela 9 - Configuração do sistema de reforço em FRP.

$d$	559 mm
$d_f$	406 mm
Largura de cada faixa, $w_f$	254 mm
Distância média entre faixas, $s_f$	305 mm
Comprimento da zona de reforço	1778 mm

Tabela 10 - Propriedades do FRP segundo o fabricante

Espessura da camada, $t_f$	0.1651 mm
Resistência última à tracção, $f_{fu}^*$	3792 N/mm <sup>2</sup>
Extensão de rotura, $\varepsilon_{fu}^*$	0.01667 mm./mm.
Módulo de elasticidade, $E_f$	227527 N/mm <sup>2</sup>

O processo de cálculo do reforço está indicado no quadro seguinte.

Procedimento	
<b>Passo 1 – Determinação dos valores de cálculo das propriedades do FRP</b> Como a viga será reforçada com manta de fibras de carbono e está em ambiente interior a um edifício de habitação, a Tabela 2 sugere um valor de $C_E=0.95$ . $f_{fu} = C_E f_{fu}^*$ $\varepsilon_{fu} = C_E \varepsilon_{fu}^*$	$f_{fu} = (0.95)(3792 \text{ N/mm}^2) = 3602 \text{ N/mm}^2$ $\varepsilon_{fu} = (0.95)(0.017) = 0.016$
<b>Passo 2 – Cálculo da extensão efectiva no FRP</b> A extensão efectiva no sistema FRP-Faixas-U deve ser determinada utilizando o factor de redução de aderência, $\kappa_v$ . Este coeficiente pode ser calculado segundo as Eqs. (29) a (32). $L_e = \frac{23300}{(n t_f E_f)^{0.58}}$ $k_1 = \left( \frac{f_c'}{27} \right)^{2/3}$ $k_2 = \left( \frac{d_f - L_e}{d_f} \right)$	$L_e = \frac{23300}{[(1)(0.1651 \text{ mm.})(227527 \text{ N/mm}^2)]^{0.58}} = 51.8 \text{ mm.}$ $k_1 = \left( \frac{20.7 \text{ N/mm}^2}{27} \right)^{2/3} = 0.84$ $k_2 = \left( \frac{406 \text{ mm} - 51.8 \text{ mm}}{406 \text{ mm}} \right) = 0.872$

Procedimento	
$k_v = \frac{k_1 k_2 L_e}{11900 \varepsilon_{fu}} \leq 0.75$	$\kappa_v = \frac{(0.84)(0.872)(51.8 \text{ mm})}{11900(0.01667)} = \underline{0.191} \leq 0.75$
A extensão efectiva no FRP pode agora ser calcula segundo a Eq. (28): $\varepsilon_{fe} = \kappa_v \varepsilon_{fu} \leq 0.004$	$\varepsilon_{fe} = 0.191(0.01667) = \underline{0.0032} \leq 0.004$
<b>Passo 3 – Cálculo da contribuição do FRP para a resistência ao corte</b> A área de FRP no reforço ao corte pode ser calculada da seguinte forma (Eq. (26)): $A_{fv} = 2nt_f w_f$ A tensão efectiva no FRP calcula-se por intermédio da lei de Hooke:. $f_{fe} = \varepsilon_{fe} E_f$ A contribuição do FRP para a resistência ao corte pode agora ser calculada: $V_f = \frac{A_{fv} f_{fe} (\sin \alpha + \cos \alpha) d_f}{s_f}$	$A_{fv} = 2(1)(0.1651 \text{ mm.})(254 \text{ mm.}) = 83.87 \text{ mm.}^2$ $f_{fe} = (0.0032)(227527 \text{ N/mm}^2) = 728 \text{ kN/mm}^2$ $V_f = \frac{(83.87 \text{ mm}^2)(728 \text{ N/mm}^2)(1)(406 \text{ mm})}{(305 \text{ mm.})}$ $V_f = 81276 \text{ N}$
<b>Passo 4 – Cálculo da resistência ao corte da secção</b> O valor de cálculo da resistência ao corte é (para o caso de reforço com faixas de U a tabela 4 recomenda para o factor $\psi_f$ o valor de 0.85): $\phi V_n = \phi(V_c + V_s + \psi_f V_f)$	$\phi V_n = 0.85[162 + 87.2 + (0.85)(81.3)]$ $\phi V_n = 270.6 \text{ kN} > V_u = 266.7 \text{ kN}$ $\therefore$ A viga reforçada resiste aos novos esforços de corte.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACI Committee 440, *Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures*, ACI Committee 440, 118 p, 2002.
- ACI Committee 318, *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95)*. Detroit, 1995.
- Barros, J.A.O., Fortes, A.S., “Flexural strengthening of concrete beams with CFRP laminates bonded into slits”, aceite para publicação no *Jornal Cement and Concrete Composites*, 2004.
- Barros, J.A.O.; Sena-Cruz, J.M., “Strengthening a prestressed concrete slab by epoxy-bonded FRP composites and SFRC overlayer”, *7th Internacional Conference on Inspection Appraisal Repairs & Maintenance of Buildings & Structures*, Nottingham Trent University, UK, 11-13 September 2001.
- Barros, J.A.O.; Gouveia, A.V.; Azevedo, A.F.M., “Modelo de análise linear de estruturas reticuladas”, *Revista do Dep. de Engenharia Civil da Universidade do Minho*, Nº 4, pp. 43-65, 1996.
- CEB-FIP Model Code, Comité Euro-International du Béton, Bulletin d’Information nº 213/214 (1993).

- FIB - Bulletin 14, *Externally bonded FRP reinforcement for RC structures, Technical report by Task Group 9.3 FRP (Fiber Reinforced Polymer) reinforcement for concrete structures*, Fédération Internationale du Béton - fib, July, 130 p, 2001.
- Fortes, A.S., Barros, J.A.O., Padaratz, I.J., “Vigas de betão armado reforçadas com laminados de CFRP inseridos no betão de recobrimento”, Relatório 02-DEC/E-13, 32 pags., Junho 2002.
- Fortes, A.S e Padaratz, I.J., “Reabilitação de Vigas de Concreto Armado Utilizando-se Grout e Fibras De Carbono (PRFC)” *43º Congresso Brasileiro do Concreto*, 16pg. Foz do Iguaçu – Paraná, 2001.
- JSCE, *Recommendations for Upgrading of Concrete Structures with Use of Continuous Fiber Sheets*, Japan Society of Civil Engineers, Japão, Abril, 2001.
- Oliveira, J.T.; Barros, J.A.O.; Lourenço, P.J.B.; Bonaldo, E., "Flexural behavior of representative panels of prefabricated reinforced masonry shells", aceite para publicação no *13th International Brick and Block Masonry Conference*, Amsterdam, July 4-7, 2004.
- Ribeiro, A.F., Cunha, V.M.C.F., Barros, J.A.O., Antunes, J.A.B., *Modelo de secção para dimensionamento à flexão de estruturas de betão: formulação e manual do programa DOCROS*, Relatório 03-DEC/E-25, Departamento de Engenharia Civil, Universidade do Minho, 59 pp, Novembro 2003.
- Yamaguchi, T.; Kato, Y.; Nishimura, T.; and Uomoto, T., “Creep Rupture of FRP Rods Made of Aramid, Carbon and Glass Fibers,” FRPRCS-3, *Third International Symposium on Non-Metallic FRP Reinforcement for Concrete Structures*, Sapporo, Japan, V. 2, pp. 179-186, 1997.
- Malvar, L., “Durability of Composites in Reinforced Concrete” *Proceedings of the First International Conference on Durability of Composites for Construction*, Sherbrooke, Canada – Agosto de 1998.